

**Università della Calabria**

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**Corso di Laurea in Ingegneria Civile**

**CORSO DI IDROLOGIA N.O.**

**Prof. Pasquale Versace**



**SCHEMA DIDATTICA N° 11**

**Caratteristiche geomorfiche del bacino idrografico**

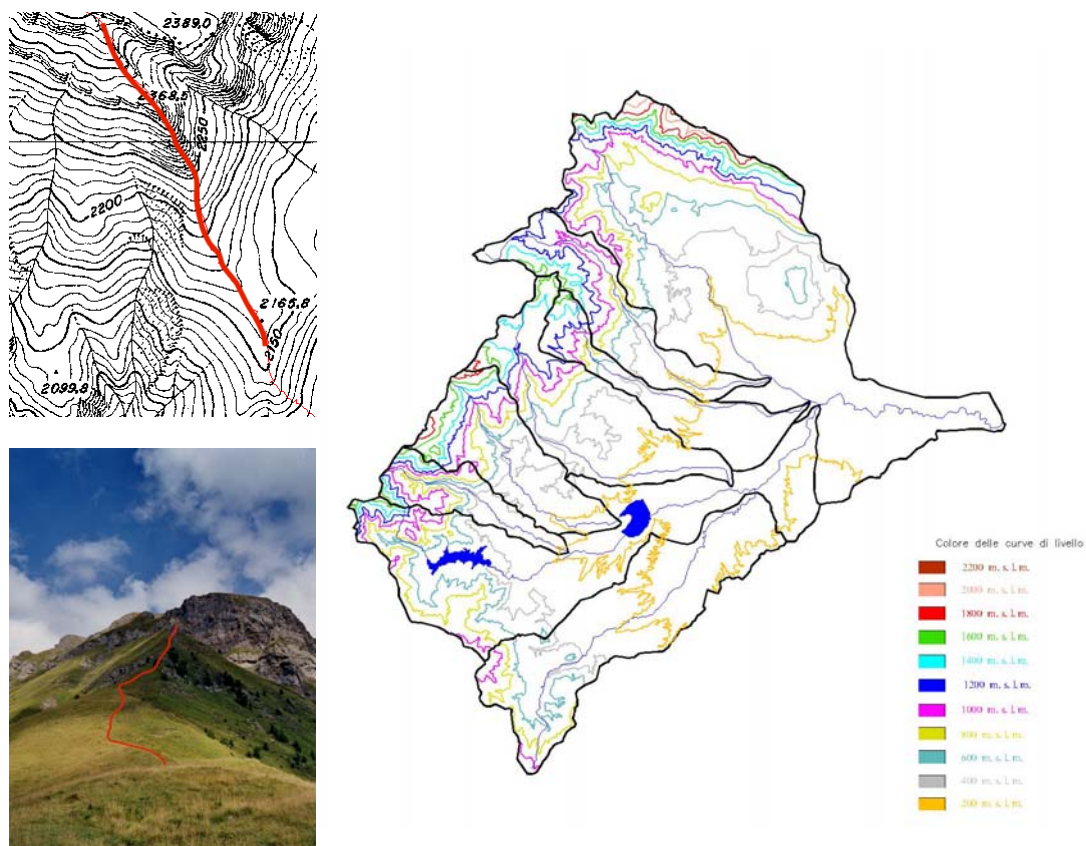


A.A. 2010-11

## CARATTERISTICHE GEOMORFICHE DEL BACINO IDROGRAFICO

Questa dispensa è dedicata alla caratterizzazione *geomorfologica* del bacino idrografico attraverso la descrizione di parametri che ne descrivono la planimetria e l'altimetria, dei principali criteri di classificazione del reticolo idrografico e delle leggi morfologiche usate come indicatori della organizzazione dei bacini fluviali.

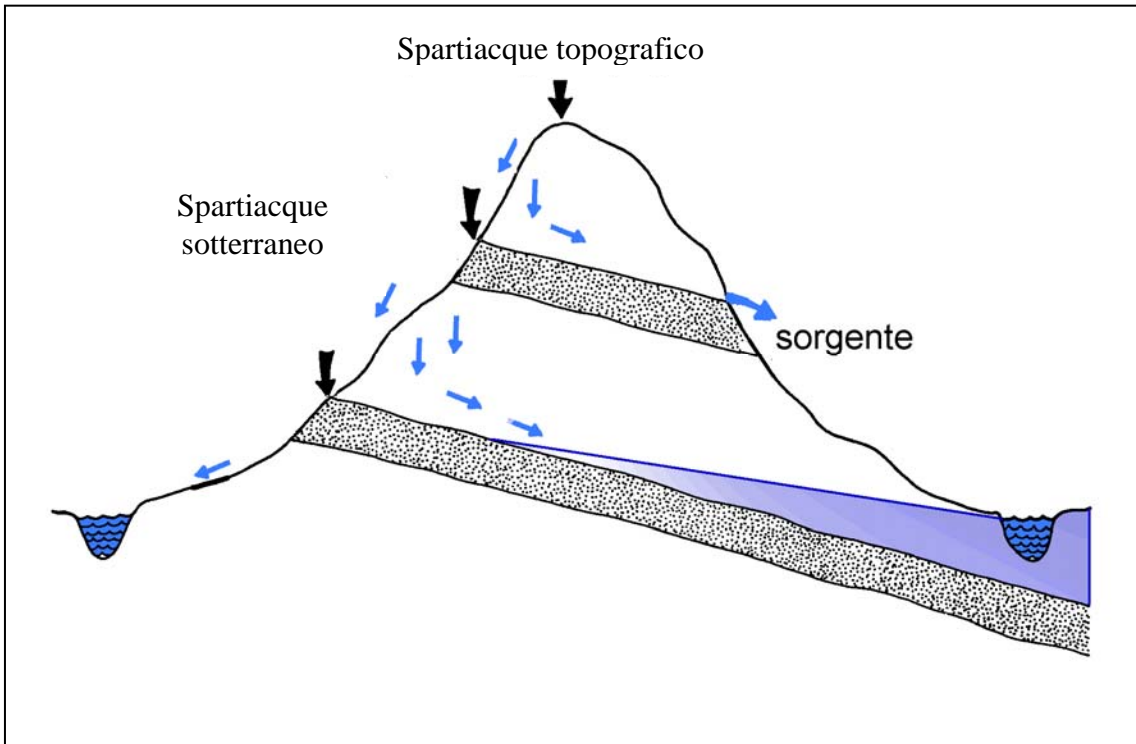
Fissata una sezione del corso d'acqua, che si indica come *sezione di chiusura* del bacino, si definisce *bacino idrografico* o *imbrifero* relativo alla sezione considerata, il luogo dei punti della superficie terrestre che raccoglie le acque che scorrendo in superficie raggiungono tale sezione. La delimitazione del bacino si effettua individuando su una carta topografica base il cosiddetto *spartiacque* sotteso dalla sezione di chiusura. Lo spartiacque individua il luogo dei punti da cui hanno origine le linee di massima pendenza che finiscono per raggiungere la sezione di chiusura e si traccia in base alle isoipse e al reticolo dei canali imponendo il passaggio per le vette e le selle.



**Figura 1** – Bacino del fiume Coscile ( e sottobacini principali) alla confluenza con il Crati.

La nozione di bacino idrografico, introdotta con riferimento allo scorrimento superficiale, si può estendere al caso dello scorrimento sotterraneo. In questo caso lo spartiacque non coincide sempre

con quello identificato sulla base della topografia, ma è necessario considerare il moto di filtrazione, prevalentemente orizzontale, dell'acqua nella zona satura al di sopra di uno strato di fondo impermeabile. Il bacino idrogeologico risulta ovviamente più difficoltoso da delimitare.



**Figura 2** – Spartiacque topografico e spartiacque sotterraneo.

### Caratteristiche planimetriche

L'andamento planimetrico del bacino può essere descritto attraverso le seguenti grandezze (che possono essere agevolmente misurate avendo a disposizione una carta topografica su cui è stato preliminarmente delimitato il bacino idrografico):

- $A$ : proiezione orizzontale della superficie compresa nello spartiacque del bacino, usualmente si misura in  $\text{km}^2$ ;
- $P$ : perimetro del bacino, corrisponde alla lunghezza dello spartiacque. Usualmente si misura in km;
- $L_p$ : Lunghezza dell'asta fluviale principale dallo sbocco allo spartiacque (km);
- $L$ : lunghezza complessiva della rete di drenaggio (km).

A partire dalle grandezze di base sopra definite possono essere ricavati altri indicatori utili nella caratterizzazione del bacino. Tra questi particolare rilevanza assume la densità di drenaggio definita come:

- $d$ : densità di drenaggio =  $\frac{L}{A}$  ( $\text{km}/\text{km}^2$ ).

Altre grandezze derivate sono i parametri che caratterizzano la forma del bacino. Quelli qui proposti in genere sono strettamente legati tra loro e sostanzialmente misurano il grado di allungamento del bacino:

- **$R_c$ : Rapporto di circolarità** è il rapporto tra l'area  $A$  del bacino e l'area del cerchio di

uguale perimetro  $P$ . 
$$R_c = \frac{4\pi A}{P^2}$$

$R_c \rightarrow 1$  forma tondeggiante

$0.4 < R_c < 0.5$  caratterizza forme fortemente allungate

- **$F_f$ : Fattore di forma** è il rapporto tra l'area  $A$  del bacino e il quadrato della lunghezza

dell'asta principale  $L_p$ . 
$$F_f = \frac{A}{L_p^2}$$

- **$R_{all}$ : Rapporto di allungamento** è il rapporto tra il diametro del cerchio di area uguale a

quella  $A$  del bacino e la lunghezza dell'asta principale. 
$$R_{all} = \frac{2\sqrt{A}}{L_p\sqrt{\pi}}$$
. E' immediato ricavare

che 
$$R_{all} = 1.13\sqrt{F_f}$$

- **$\Phi$ : Coefficiente di Gravelius** è il rapporto tra il perimetro  $P$  del bacino e il perimetro del cerchio di uguale area  $A$ .  $\Phi = \frac{P}{\sqrt{4\pi A}}$

$G \rightarrow 1$  forma tondeggiante

$1 < G < 1.25$  rotonda-ovale rotonda

$1.25 < G < 1.5$  ovale rotonda-ovale allungata

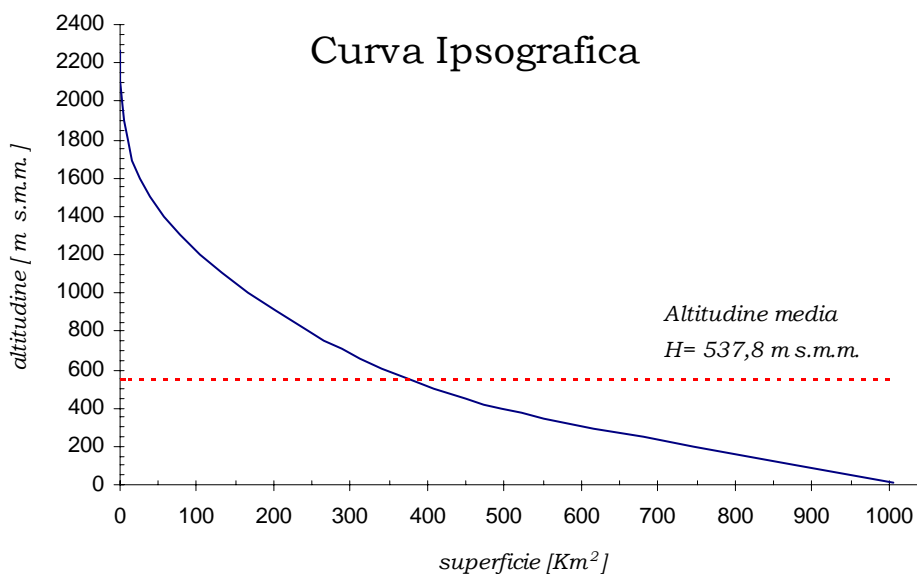
$1.5 < G < 1.75$  ovale allungata-rettangolare bislunga

Confrontando le relazioni si ottiene anche  $\Phi = \frac{1}{\sqrt{R_c}}$

## Caratteristiche altimetriche

### Curva ipsografica

L'andamento altimetrico del bacino è descritto dalla *curva ipsografica*: quest'ultima si ottiene riportando, in un diagramma cartesiano, dei punti le cui ordinate rappresentano la quota, riferita generalmente alla sezione di chiusura, e le ascisse indicano l'area del bacino che si trova al di sopra di tale quota (o al di sotto). La differenza tra la quota del punto più elevato dello spartiacque e quella della sezione di chiusura è un parametro caratteristico del bacino che prende il nome di rilievo del bacino.



**Figura 3** – Curva ipsografica del bacino del fiume Coscile

Dalla curva ipsografica si ricava facilmente l'altezza media del bacino definita come:

$$\bar{h} = \frac{1}{A} \int_0^A h dA$$

La retta tracciata nella figura 3 in corrispondenza dell'altezza media coincide con la linea di compenso della curva ipsografica. In pratica, il rettangolo di base  $A$  ed altezza  $\bar{h}$  ha area equivalente a quella sottesa dalla curva ipsografica.

### **Pendenza media del bacino**

La pendenza media del bacino idrografico può essere stimata adoperando il metodo di **Alvard-Horton**. Il metodo consiste nel misurare la lunghezza totale  $L$  delle curve di livello (di assegnata equidistanza  $\Delta h$ ) comprese nel bacino e, quindi, nel calcolare la pendenza media a mezzo della relazione:

$$i_m = \frac{\Delta h \cdot L}{A}$$

dove  $A$  è la superficie del bacino.

La formula precedente può essere ricavata con il seguente ragionamento. Con riferimento ad un bacino di area  $A$ , siano  $A_i$  e  $d_i$  rispettivamente l'area compresa tra due curve di livello o isoipse (equidistanti  $\Delta h$ ) e la distanza media tra le curve stesse. Misurato lo sviluppo  $l_i$  della linea di livello media, le curve sono legate dalle relazioni:

$$d_i = \frac{A}{l_i}$$

Essendo la pendenza media della striscia  $i_i = \Delta h / d_i$  si ha anche

$$i_i = \Delta h \cdot l_i / A_i.$$

Pertanto la pendenza media del bacino  $i_m$  è data dalla relazione

$$i_m = \frac{\sum i_i A_i}{\sum A_i} = \frac{\Delta h}{A} \sum l_i$$

che, ponendo  $\sum l_i = L$  è equivalente alla formula introdotta in precedenza.

## Pendenza media dell'asta principale

La pendenza media dell'asta principale del corso d'acqua è definita come la pendenza della retta di compenso tracciata, come indicato nella figura 4, su un grafico in cui è riportato il profilo longitudinale del corso d'acqua principale.

La retta di compenso è tracciata in modo che le aree che ne restano al di sopra e al di sotto siano tra loro uguali.

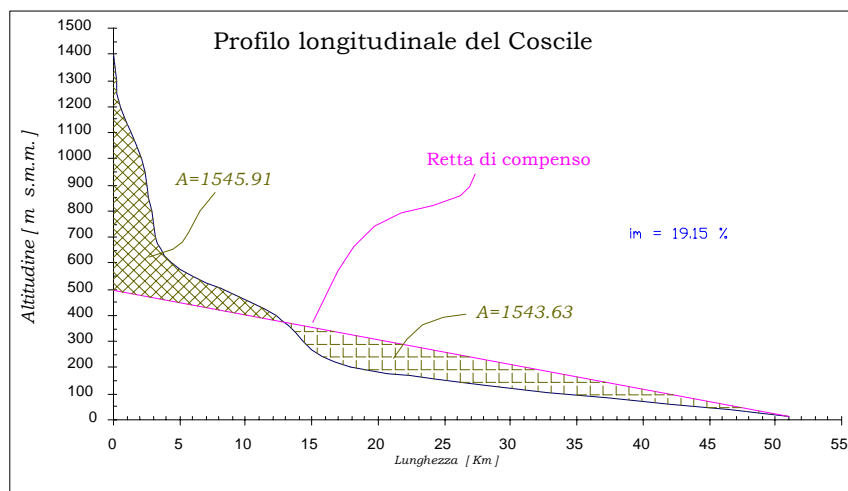


Figura 4 – Profilo longitudinale e retta di compenso del bacino del fiume Coscile

La formula di **Taylor –Schwartz** consente una stima della pendenza media dell'asta principale,  $i_m$ , a partire dalle pendenze ( $i_j$ ) e delle lunghezze ( $L_j$ ) dei singoli tronchi in cui è stato suddiviso il profilo longitudinale dell'asta:

$$\frac{L}{\sqrt{i_m}} = \sum_{j=1}^{N^{\circ} \text{tronchi}} \frac{L_j}{\sqrt{i_j}}$$

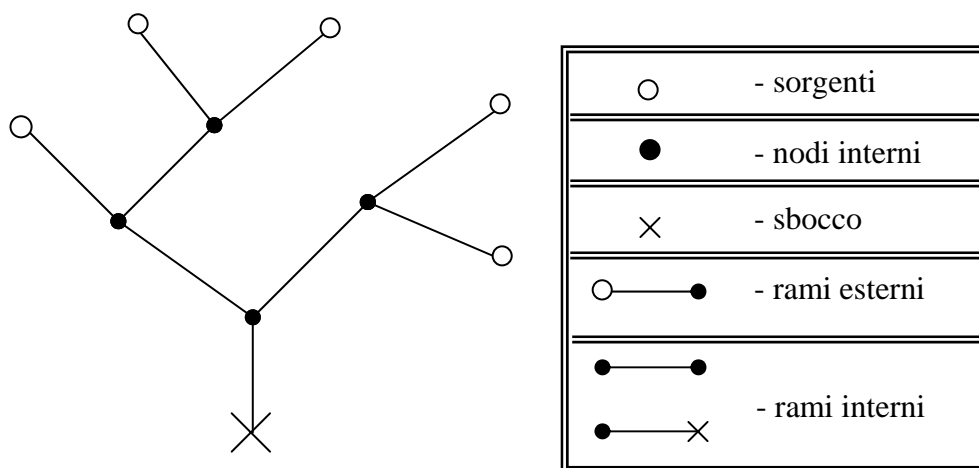
Le grandezze descrittive delle caratteristiche plano-altimetriche del bacino possono essere ricavate in maniera agevole lavorando su cartografia digitale e/o attraverso l'utilizzo delle funzionalità disponibili nei GIS (Sistemi Informativi Geografici) più diffusi.

## Organizzazione del reticolo idrografico

### Caratteristiche topologiche

La descrizione bidimensionale del reticolo idrografico si basa essenzialmente sulla rappresentazione di quest'ultimo nel piano come un grafo le cui proprietà topologiche possono essere facilmente descritte e classificate. E' possibile dare alcune definizioni topologiche, che fanno riferimento allo schema di ordinamento di Shreve:

- i nodi esterni, o *sorgenti*, sono i nodi da cui ha origine una sola asta, mentre i nodi interni, o giunzioni, sono costituiti dai punti in cui confluiscono più aste;
- i *rami interni* sono gli elementi della rete che collegano tra loro nodi interni, o nodi interi e giunzioni; analogamente i rami esterni collegano una sorgente con un nodo interno immediatamente a valle;
- $\mu$ , *magnitudine* della rete, rappresenta il numero complessivo di sorgenti;
- $\delta$ , *distanza topologica* di una sorgente dallo sbocco, rappresenta il numero di rami compreso nel percorso che unisce tali punti;
- $\lambda$ , *diametro* della rete, rappresenta la distanza topologica massima;
- $i$ , *livello topologico* di un ramo, rappresenta la distanza topologica del nodo di monte dallo sbocco.



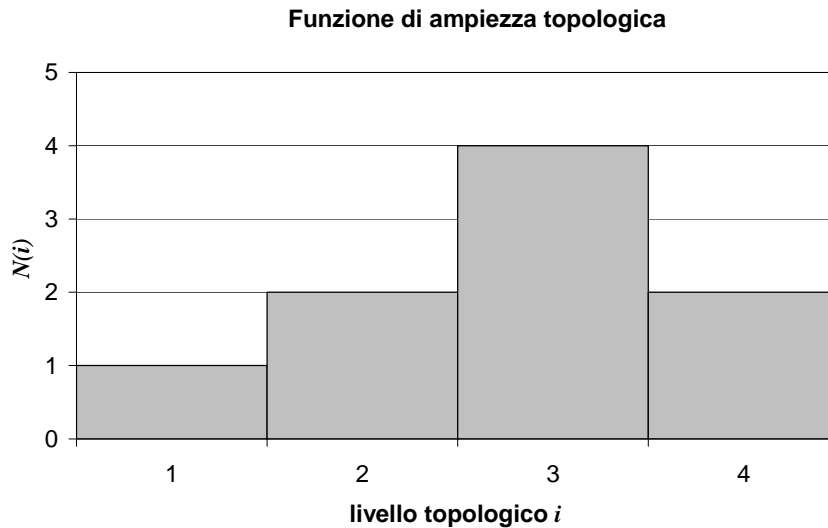
**Figura 5** – Rappresentazione topologica del reticolo idrografico

Il reticolo schematizzato in figura 1 è caratterizzato da  $\mu=5$  e  $\lambda= 4$ . E' possibile dedurre, che il numero di rami interni della rete è pari a  $\mu -1$  e, pertanto, il numero complessivo di rami nella rete è  $2\mu -1$ . Ciò è vero se si assume che in un nodo interno non concorrano più di tre rami (due in entrata ed uno in uscita).

Una descrizione sintetica del reticolo così schematizzato, che ha dimostrato avere importanti implicazioni sulla forma ed il picco degli idrogrammi, è la *funzione di ampiezza* topologica.

La funzione di ampiezza topologica  $N(i)$  indica il numero di rami caratterizzati da un certo livello  $i$ . Per il bacino schematizzato in figura 5 la funzione di ampiezza è riportata nella figura 6.





**Figura 6** – Funzione di ampiezza topologica del reticolo di figura 5

### **Sistemi di ordinamento di Strahler e di Shreve**

R.E. Horton fu il primo ad introdurre in modo sistematico l'analisi geomorfologica quantitativa dei reticoli idrografici e dei bacini di drenaggio ad essi associati. La base di tale analisi consiste nella gerarchizzazione, ovvero nell'ordinamento degli elementi costitutivi del reticolo secondo regole prefissate.

**Strahler** nel 1952 riprende e modifica le proposte di Horton in senso puramente topologico, suggerendo una procedura di ordinamento che si basa sulle seguenti regole:

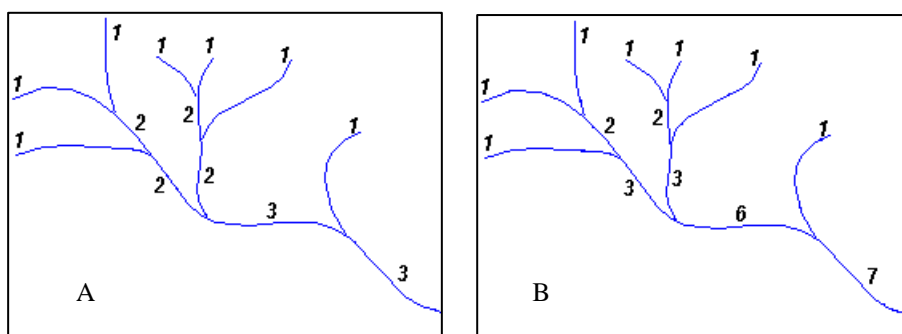
1. gli elementi che hanno origine da sorgenti sono definiti canali del primo ordine;
2. quando si uniscono due rami di ordine  $\omega$  si origina un ramo di ordine  $(\omega+1)$ ;
3. quando si uniscono due rami di ordine differente, il segmento di canale immediatamente a valle ha il più alto ordine di quelli confluenti;
4. due o più rami in successione, aventi medesimo ordine, formano canali del loro stesso ordine;
5. l'ordine del bacino è pari a quello del canale con il più alto ordine  $\Omega$ .

In base alle regole precedenti risulta che un canale di ordine  $\omega > 1$  può essere composto da più rami interni: è possibile, infatti, in base alla regola 3, che avvengano delle giunzioni senza che il canale cambi di ordine.

Il sistema di ordinamento di *Shreve*, introdotto nel 1967, attribuendo una variazione d'ordine ad ogni giunzione, fa riferimento esplicitamente ai **rami** (o link) piuttosto che ai canali, ed introduce il termine di magnitudine riferita ad ogni ramo. In questo sistema l'ordine viene attribuito ai diversi link secondo le seguenti regole:

- ogni sorgente ha magnitudine 1;
- quando si uniscono due rami di magnitudine  $\mu_1$  e  $\mu_2$  il ramo a valle ha magnitudine pari a  $\mu_1 + \mu_2$ .

Sulla base di tale classificazione la magnitudine  $\mu_i$  di ogni ramo viene a rappresentare il numero di sorgenti "a monte" del ramo medesimo, mentre  $2\mu_i - 1$  rappresenta il numero di rami che vi afferiscono. La quantità di informazioni idrologiche che scaturisce dalla classificazione di Shreve risulta, quindi, per certi versi maggiore di quella ottenibile attraverso la numerazione per canali di Strahler.



**Figura 7** – Sistemi di ordinamento proposti da: **A** Strahler, **B** Shreve.

### **Leggi empiriche**

Sulla base dello schema di ordinamento di Strahler, Horton [1945] e successivamente Shumm [1956], hanno proposto alcune leggi empiriche che mostrano come le reti di drenaggio presentino una organizzazione gerarchica di tipo sistematico.

Tali leggi derivano dalla osservazione che lo sviluppo del reticolo idrografico avviene secondo una struttura ad albero che presenta alcuni caratteri di regolarità, non solo nella geometria, ma anche nelle relazioni tra alcune grandezze che caratterizzano il canale.

#### **Legge del numero dei canali.**

Horton parte dall'ipotesi che il **rapporto di biforcazione**:

$$R_B = \frac{N_\omega}{N_{\omega+1}} \quad (*)$$

sia costante.

Se si considera una rete di ordine  $\Omega$ , per esempio con  $\Omega=4$ , si ha

$$N_\Omega = N_4 = 1$$

$$N_{\Omega-1} = N_3 = R_B \cdot N_\Omega = R_B$$

$$N_{\Omega-2} = N_2 = R_B \cdot N_{\Omega-1} = R_B \cdot R_B \cdot N_\Omega = R_B^2$$

$$N_{\Omega-3} = N_1 = R_B \cdot N_{\Omega-2} = R_B^3$$

In generale, per  $1 \leq \omega \leq \Omega$ , è possibile ottenere  $N_\omega$ , numero di canali di ordine  $\omega$ , come :

$$N_\omega = R_B^{\Omega-\omega}$$

Il rapporto di biforcazione medio del bacino può essere stimato come media aritmetica dei valori di  $R_B$  ottenuti per ogni ordine  $\omega$  applicando la relazione (\*). Il risultato è spesso indicativo di un sistema idrografico articolato.

Il rapporto di biforcazione teorico costante al variare di  $\omega$ , così come ipotizzato da Horton, può essere stimato come coefficiente angolare della retta che si ottiene riportando sul piano semilogaritmico la legge del numero della aste (figura 8):

$$N_\omega = R_B^{\Omega-\omega} \Rightarrow \log N_\omega = (\Omega-\omega)\log R_B = \Omega \log R_B - \omega \log R_B.$$

Nel piano  $(\omega, \log N_\omega)$  la relazione diventa una retta (con pendenza negativa) di intercetta  $\Omega \log R_B$  e coefficiente angolare  $-\log R_B$  da cui si può derivare il parametro ricercato.

### Legge delle lunghezze dei canali

Horton parte dall'ipotesi che il **rapporto di lunghezza dei canali**

$$R_L = \frac{\bar{L}_{\omega+1}}{\bar{L}_\omega}$$

sia costante.

$$\bar{L}_\omega = \frac{1}{N_\omega} \sum_{i=1}^{N_\omega} L_{\omega i} \text{ è la lunghezza media delle aste di ordine } \omega.$$

Se si considera una rete di ordine  $\Omega$ , per esempio con  $\Omega=4$ , si ha

$$\bar{L}_2 = R_L \cdot \bar{L}_1$$

$$\bar{L}_3 = R_L \cdot \bar{L}_2 = R_L \cdot R_L \cdot \bar{L}_1 = R_L^2 \bar{L}_1$$

$$\bar{L}_4 = R_L^3 \bar{L}_1$$

Per  $1 \leq \omega \leq \Omega$ ,

$$\bar{L}_\omega = R_L^{\omega-1} \bar{L}_1$$

in cui  $\bar{L}_1$  è la lunghezza media dei canali di ordine 1.

### Legge delle aree dei canali (o legge di Schumm [1956])

Analogamente alle precedenti leggi di Horton, Schumm individua una relazione valida per le aree dei canali:

$$R_A = \frac{\bar{A}_{\omega+1}}{\bar{A}_\omega} = \text{cost.}$$

in cui  $R_A$  si definisce come **rapporto delle aree** e  $\bar{A}_\omega$  è l'area media dei sottobacini di ordine  $\omega$ . Tale area è definita come:

$$\bar{A}_\omega = \frac{1}{N_\omega} \sum_{i=1}^{N_\omega} A_{\omega i}$$

dove  $A_{\omega i}$  è l'area totale che contribuisce al deflusso in un canale di ordine  $\omega$  e nei suoi affluenti..

Se si considera una rete di ordine  $\Omega$ , per esempio con  $\Omega=4$ , si ha

$$\bar{A}_2 = R_A \cdot \bar{A}_1$$

$$\bar{A}_3 = R_A \cdot \bar{A}_2 = R_A \cdot R_A \cdot \bar{A}_1 = R_A^2 \bar{A}_1$$

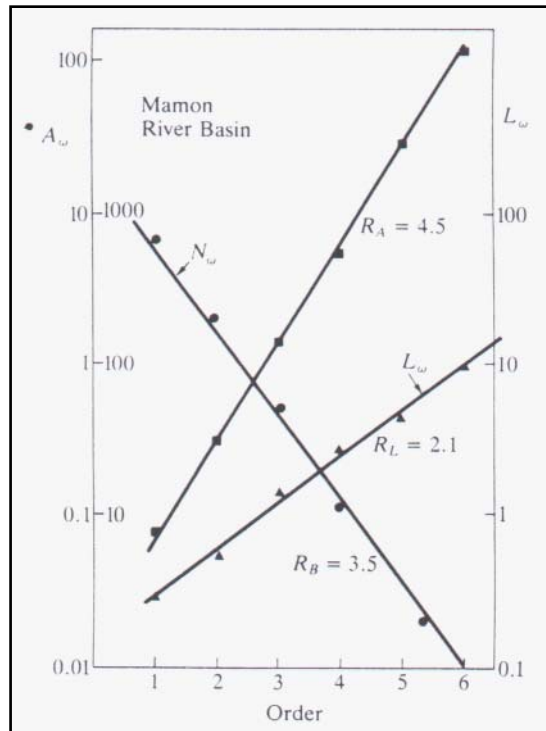
$$\bar{A}_4 = R_A^3 \bar{A}_1$$

In generale, per  $1 \leq \omega \leq \Omega$ , si ha:

$$\bar{A}_\omega = R_A^{\omega-1} \bar{A}_1$$

in cui  $\bar{A}_1$  è l'area media drenata dai canali di ordine 1.

I valori di  $R_B$ ,  $R_L$ ,  $R_A$  possono essere determinati per un certo bacino riportando, in un diagramma semilogaritmico, i valori di  $N_\omega$ ,  $\bar{L}_\omega$ ,  $\bar{A}_\omega$  su  $\omega$  e determinando le rette di migliore adattamento con il metodo dei minimi quadrati. Le pendenze di tali rette di interpolazione sono pari a  $\log R_B$ ,  $\log R_L$ ,  $\log R_A$ .



**Figura 8**– Leggi di Horton per il bacino di Mamon in Venezuela [Valdés et al., 1979].

Nei sistemi reali sono stati trovati per  $R_B$ ,  $R_L$  e  $R_A$  i seguenti intervalli di variazione:  $[2.5 \div 5]$ ,  $[1.5 \div 3]$ ,  $[3.5 \div 6]$ .

### TEMPI CARATTERISTICI DEL BACINO

Sono stati introdotti anche dei tempi caratteristici che contribuiscono a definire le modalità di risposta di un bacino idrografico e sono:

- il *tempo di corrivazione*;
- il *tempo di ritardo* del bacino.

E' possibile associare ad ogni punto del bacino un tempo di corrivazione inteso come il tempo impiegato da una goccia di acqua per raggiungere la sezione di chiusura, scorrendo sempre in superficie. Tra questi il maggiore viene indicato come il tempo di corrivazione del bacino. Il tempo di corrivazione del bacino rappresenta il tempo che una goccia d'acqua impiega per raggiungere la sezione di chiusura del bacino a partire dal punto idraulicamente più lontano da essa.

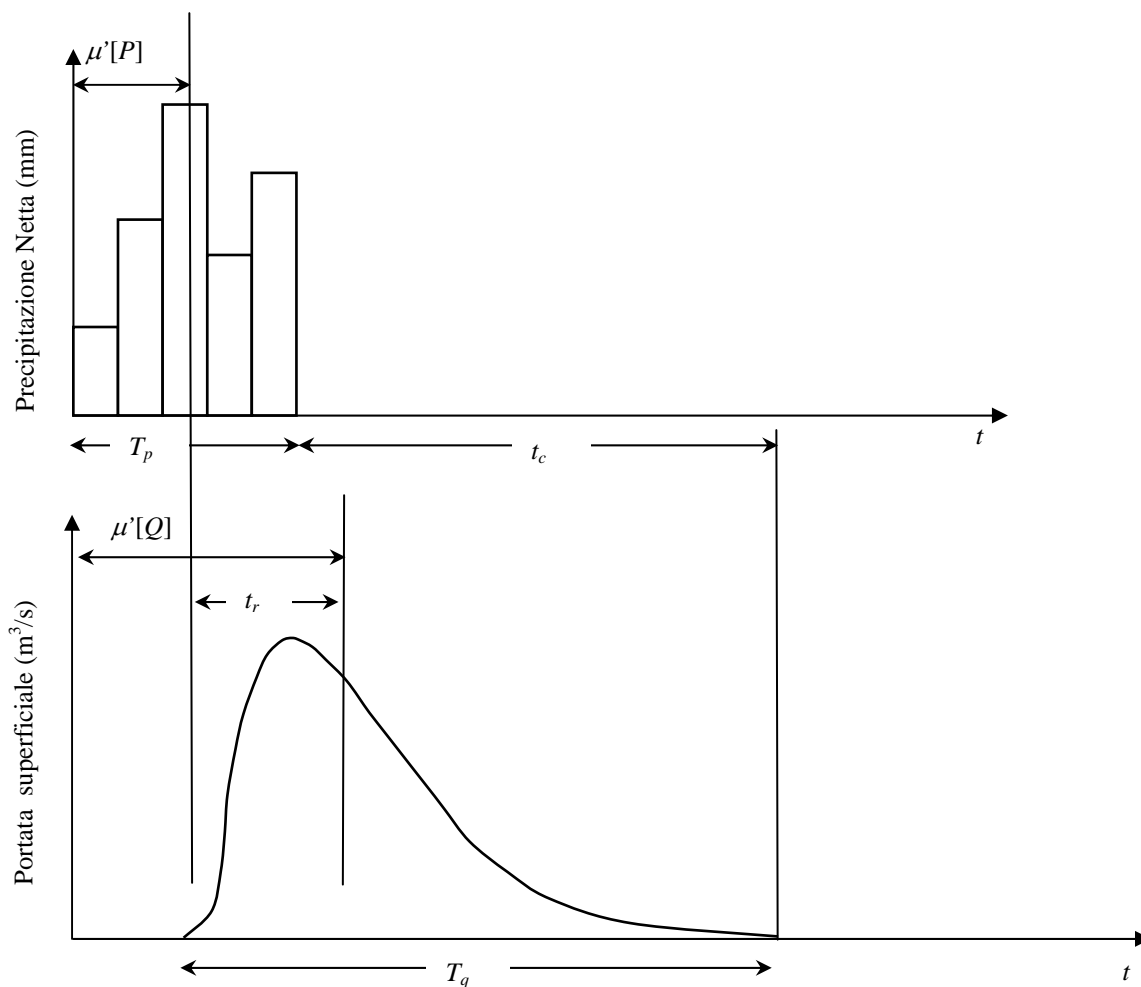
La formula più comunemente usata per la stima del tempo di corrivazione di un bacino  $t_c$  è la formula di Giandotti:

$$t_c = \frac{4\sqrt{A} + 1.5L}{0.8\sqrt{z}}$$

in cui  $t_c$  è misurato in ore,  $A$  è l'area del bacino in  $\text{km}^2$ ,  $L$  la lunghezza dell'asta principale in km e  $\bar{z}$  l'altezza media del bacino rispetto alla sezione di chiusura misurata in metri.

Il tempo di ritardo di un bacino è l'intervallo di tempo che separa il baricentro dello ietogramma di pioggia netta dal baricentro dell'idrogramma del deflusso superficiale. In molti modelli di trasformazione afflussi – deflussi si ritiene che questo sia un valore caratteristico del bacino che non dipende dal particolare evento.

La figura 9 mostra i tempi caratteristici del bacino con riferimento ad uno ietogramma di pioggia netta di durata  $T_p$ , ipotizzata uniforme sul bacino, e ad un idrogramma della sola portata superficiale di durata  $T_q$ . In queste ipotesi, il tempo di corrivazione  $t_c$  è la distanza temporale che intercorre tra l'ultimo istante di pioggia e l'istante in cui transita l'ultimo valore di portata alla sezione di chiusura. Il tempo di ritardo  $t_r$  è la distanza tra i baricentri  $\mu'[P]$  e  $\mu'[Q]$  rispettivamente del pluviogramma e dell'idrogramma considerati.



**Figura 9**– Tempi caratteristici del bacino idrografico.