# IL MODELLO FLaIR

## Descrizione sintetica del modello

Il modello idrologico **FLaIR** (Forecasting of Landslides Induced by Rainfalls), proposto da Sirangelo e Versace nel 1992, costituisce uno strumento di interpretazione della relazione tra precipitazioni e fenomeni franosi.

Il modello è basato sulla definizione della **funzione di mobilizzazione Y(t)** che, in ogni istante *t*, dipende dalla quantità d'acqua infiltratasi nel sottosuolo prima dell'istante stesso:

$$Y(t) = f\left[I(\tau)\right] \qquad -\infty < \tau \leq t \tag{1}$$

dove $I(\tau)$ è l'intensità dell'infiltrazione al tempo $\tau$.

Tale funzione non rappresenta una grandezza dal preciso significato fisico, ma indirettamente consente di interpretare i meccanismi di innesco di un fenomeno franoso.

Si può affermare che la funzione di mobilizzazione rappresenta un indicatore sintetico del rischio di mobilizzazione.

Nel modello FLaIR il legame tra il valore della funzione di mobilizzazione e la probabilità di attivazione di un movimento franoso è espresso tramite una relazione del seguente tipo:

$$P[E_t] = \begin{cases} 0 & se\, Y(t) < Y_1 \\ g[Y(t)] & se\, Y_1 \leq Y_1 \leq Y_2 \\ 1 & se\, Y[(t)] > Y_2 \end{cases} \tag{2}$$

in cui $P[E_t]$ è la probabilità di mobilizzazione al tempo *t* e $g[Y(t)]$ una funzione non decrescente definita sull'intervallo $[Y_1;Y_2]$ avente codominio [0,1].

Per valori della funzione di mobilizzazione inferiori a $Y_1$ la generica distribuzione di probabilità $P[E_t]$ considera l'evento $E_t$ impossibile, mentre per valori superiori ad $Y_2$ ritiene lo stesso evento certo.

Si possono individuare due casi estremi:

1) si fissa $Y_1 = 0$ e $Y_2 = \infty$ ; ne deriva che non esisterà alcun valore di Y(t) che comporti mobilizzazione impossibile o certa;
2) si pone $Y_1 = Y_2 = Y_{lim}$ in modo tale che l'evento risulti certo quando $Y(t) > Y_{lim}$ o impossibile per $Y(t) < Y_{lim.}$

Questo caso è noto come lo *schema a soglia*, che può essere riscritto nel seguente modo:

$$P[E_t] = \begin{cases} 0 & se\ Y(t) \leq Y_{\lim} \\ 1 & se\ Y(t) > Y_{\lim} \end{cases} \tag{3}$$

dove $Y_{lim}$ è propriamente definito come il valore soglia di innesco.

Su questa logica è basato il modulo **RL** (Rainfall-Landslide)., che rappresenta il primo dei due moduli di cui si compone il modello FLaIR.

In particolare il modulo RL associa la probabilità $P[E_t]$ di mobilizzazione al tempo t al raggiungimento della funzione Y(t) del valore $Y_{lim}$.

Il secondo modulo, denominato **RF** (Rainfall-Forecasting), utilizzando la modellazione stocastica delle precipitazioni, permette di simulare le piogge che potranno verificarsi in un prefissato intervallo temporale, e, parallelamente, di valutare la probabilità di superamento delle soglie di innesco.

La relazione che intercorre tra la funzione di mobilizzazione Y(t) e l'intensità dell'infiltrazione I(τ) è espressa attraverso un legame di tipo convolutivo:

$$Y(t) = c\int_0^t \psi(t-\tau)I(\tau)d\tau \tag{4}$$

dove c è una costante che dipende dalle caratteristiche idrologiche del versante e dalle peculiarità del corpo di frana e **ψ(t)** è la **funzione di trasferimento** o filtro**.**

Tale funzione modella il legame tra infiltrazione e mobilizzazione, sintetizzando i fenomeni fisici che avvengono nel sottosuolo.

Per la funzione di trasferimento possono essere adottate diverse strutture analitiche, quali la forma rettangolare, gamma, beta, ecc., trattate nel dettaglio nel paragrafo seguente.

Proprio l' ampia possibilità di scelta conferisce grande flessibilità al modello FLaIR, tanto da essere applicabile in contesti anche molto diversi tra loro.

Quello che è importante tenere presente è che la determinazione della funzione di trasferimento dipende dalla stima di un certo numero di parametri, in seguito rappresentati dal vettore $\underline{\theta}$.

L'identificazione parametrica, come sarà evidenziato in seguito, verrà effettuata sulla base di due informazioni:

- la serie storica delle altezze di precipitazione
- la localizzazione temporale delle mobilizzazioni storicamente note

che rappresentano due dati di ingresso indispensabili per l'applicazione del modello FLaIR.

**<u>Struttura analitica della funzione di trasferimento</u>**

***Forma rettangolare***

Si tratta della più semplice struttura attribuibile alla funzione di trasferimento che in questa maniera risulta essere caratterizzata dall'unico parametro $t_0$ (avente le dimensioni di un tempo) :

$$\psi(t) = \begin{cases} 1/t_0 & per\ 0 < t \le t_0 \\ 0 & altrove \end{cases} \tag{5}$$

E' possibile notare che alla funzione di mobilizzazione viene assegnato il valore dell'infiltrazione cumulata sull'intervallo di durata $t_0$ antecedente l'istante t.

Lo svantaggio di questa forma consiste nella sua incapacità di interpretare il reale legame tra infiltrazione e mobilizzazione.

***Forma esponenziale***

L'attribuzione della forma esponenziale alla funzione di trasferimento avviene attraverso la seguente relazione:

$$\psi(t) = \frac{1}{k} e^{\frac{-t}{k}} \qquad t \ge 0;\ k > 0 \tag{6}$$

caratterizzata dal solo parametro k che ha le dimensioni di un tempo.

Contrariamente a quanto avviene per la funzione rettangolare, l'utilizzo della forma esponenziale comporta l'attribuzione di un peso man mano decrescente ai valori più remoti dell'intensità dell'infiltrazione.

***Forma gamma***

La forma gamma della funzione di trasferimento si ottiene dalla seguente espressione:

$$\psi(t) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} t^{a-1} e^{-bt} \qquad t \geq 0;\ a > 0;\ b > 0 \tag{7}$$

in cui Γ(.) è la funzione gamma completa, mentre *a* e *b* sono due parametri.

In particolar modo il primo è adimensionale, il secondo invece presenta le dimensioni del reciproco di un tempo. Si può notare che per *a*=1 e *b*=1/k viene riprodotta la forma esponenziale.

***Forma doppio esponenziale***

Infine è possibile attribuire alla funzione di trasferimento la forma miscela di due esponenziali definita dall'espressione:

$$\psi(t) = \omega\, b_1 \exp(-b_1 t) + (1-\omega)\, b_2 \exp(-b_2 t) \qquad t \geq 0;\ b_1 > 0,\ b_2 > 0,\ 0 \leq \omega \leq 1 \tag{8}$$

dove i parametri $b_1$ e $b_2$ hanno le dimensioni del reciproco di un tempo, mentre il parametro $\omega$ è adimensionale.

L'utilità di questa forma si manifesta nell'analisi di mobilizzazioni dovute all'azione di due diversi processi caratterizzati da differenti scale temporali.

Si può notare che per $\omega$ = 0 viene riprodotta la forma esponenziale, con $b_2 = 1/k$.

## <u>Identificazione parametrica</u>

Una delle maggiori difficoltà che si presentano nell'applicare il modello FLaIR consiste nella valutazione dei parametri della funzione di trasferimento. Il problema sorge a causa della scarsità di informazioni circa le mobilizzazioni storiche dei pendii oggetto di studio. La maggior parte delle volte, infatti, si è a conoscenza di un'unica mobilizzazione. Laddove, poi, siano note più mobilizzazioni, spesso queste non presentano collocazione temporale certa o risalgono a periodi per i quali non sono disponibili le dovute informazioni circa le precipitazioni.

Ne deriva l'indeterminatezza della stima parametrica del modello in quanto set di parametri, anche molto diversi tra loro, risultano compatibili con i criteri di identificazione adottati.

In definitiva non è possibile individuare un particolare vettore di parametri accettabili rispetto ai dati di cui si dispone, ma solo una regione di ammissibilità costituita dall'insieme di tutti i vettori $\underline{\theta}$ soddisfacenti il criterio di stima adottato.

***Criterio del 'ranking'***

Per determinare la regione di ammissibilità dei parametri della funzione di trasferimento è possibile ricorrere al criterio del 'ranking'.

Il metodo in questione consiste nel considerare ammissibili i parametri capaci di indurre la funzione di mobilizzazione ad assumere, in corrispondenza delle k mobilizzazioni storiche, valori che si trovino nelle prime k posizioni della successione dei valori della funzione di mobilizzazione ordinata in senso decrescente. Nella realizzazione di tale sequenza è necessario far riferimento ai soli valori che riproducano effetti di eventi piovosi ben separati, esaminando solo i massimi locali della funzione di mobilizzazione.

Se è storicamente nota una sola mobilizzazione del corpo di frana il vettore dei parametri stimati deve soddisfare la condizione:

$$\underline{\hat{\theta}} = \underline{\theta} : \begin{cases} Y\left(t_{*1};\underline{\theta}\right) = \max\limits_{t \in T}\left[Y\left(t;\underline{\theta}\right)\right] \\ t_{*1} - u_{*}' \leq t_{*1} \leq t_{*1} + u_{*}'' \end{cases} \tag{9}$$

nella quale $t_{*1}$ è l'istante della mobilizzazione nota, $u'_{*}$ ed $u''_{*}$ sono eventuali tolleranze che tengono conto dell'incertezza della collocazione temporale dell'evento franoso, mentre T rappresenta l'estensione della serie storica di dati di pioggia disponibile.

Valutando la funzione di mobilizzazione per tutti i parametri ritenuti ammissibili è possibile definire due funzioni limite: la funzione limite inferiore, $f_I(\underline{\theta})$, e la funzione limite superiore, $f_S(\underline{\theta})$, che rappresentano i valori della funzione Y(.) che rispettivamente non hanno dato luogo ed hanno dato luogo a mobilizzazione.

Nella seguente figura viene riportato un esempio grafico dei valori delle funzioni limite:

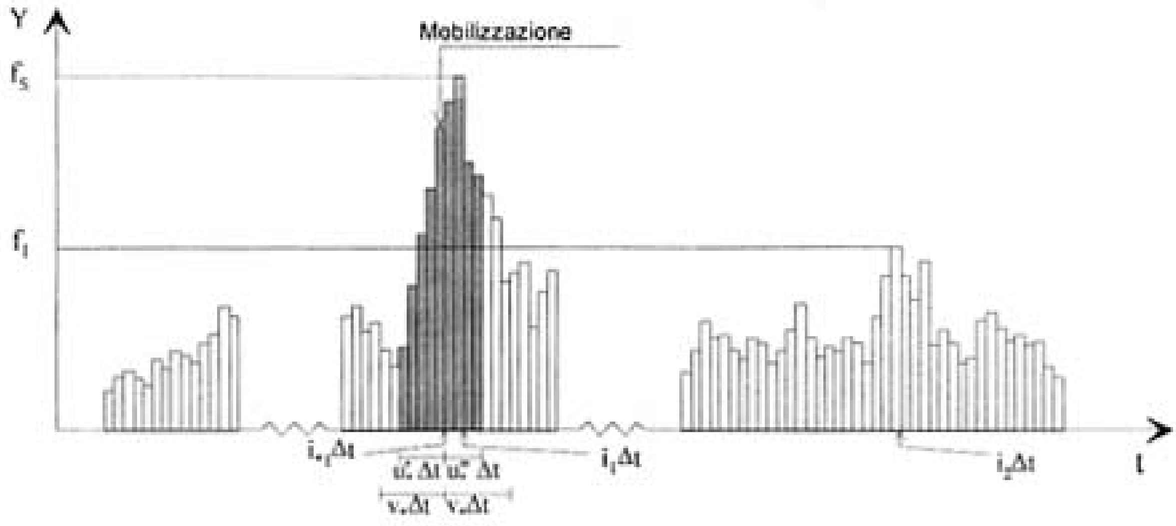


**Fig. 1 - Applicazione del criterio ranking: definizione delle funzioni $f_S$ ed $f_I$.**