

SISTEMI INTEGRATI PER IL MONITORAGGIO, L'EARLY WARNING
E LA MITIGAZIONE DEL RISCHIO IDROGEOLOGICO
LUNGO LE GRANDI VIE DI COMUNICAZIONE

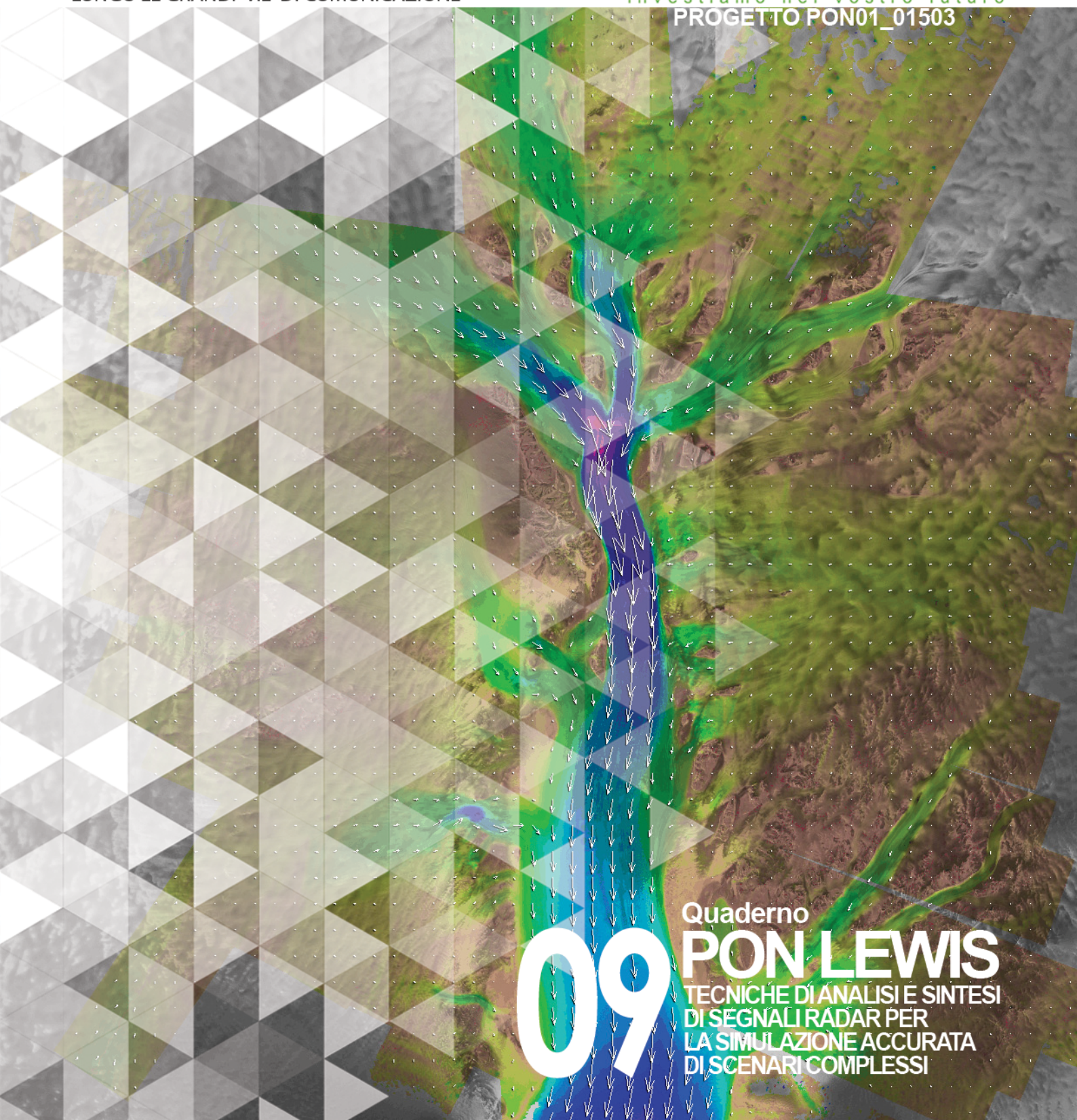


UNIONE EUROPEA
Fondo europeo di sviluppo regionale



investiamo nel vostro futuro

PROGETTO PON01_01503



09

Quaderno
PON LEWIS
TECNICHE DI ANALISI E SINTESI
DI SEGNALI RADAR PER
LA SIMULAZIONE ACCURATA
DI SCENARI COMPLESSI



autostrade//Tech



A cura di Tommaso Isernia | **DELIVERABLE WP 3.4**

**Tecniche di analisi e sintesi di segnali radar per la simulazione
accurata di scenari complessi**

Sistemi integrati per il monitoraggio, l'early warning e la mitigazione del rischio idrogeologico lungo le grandi vie di comunicazione"

Premessa

Frane e inondazioni sono un problema di grande rilevanza nel nostro Paese. Negli ultimi anni le vittime e i danni dei disastri idrogeologici hanno raggiunto livelli inaccettabili e impongono un grande e immediato impegno della comunità nazionale per cercare di mitigare il livello di rischio, utilizzando strategie articolate ed efficaci capaci di integrare, in una visione organica, interventi strutturali e non strutturali.

Su questi temi l'Università della Calabria è impegnata da anni in attività di studio e di ricerca di rilevanza nazionale e internazionale e nella diffusione e promozione della cultura della previsione e prevenzione del rischio idrogeologico. Nel 2011 insieme ad altri partner, ha promosso un progetto di ricerca triennale, "Sistemi integrati per il monitoraggio, l'early warning e la mitigazione del rischio idrogeologico lungo le grandi vie di comunicazione", finalizzato allo sviluppo di un sistema complesso e articolato di preannuncio delle frane da impiegare per le fasi di previsione/prevenzione del rischio idrogeologico.

Il Progetto, indicato con l'acronimo LEWIS (Landslide Early Warning Integrated System), è stato svolto, nel periodo 2012-2014, nel quadro del Programma Operativo Nazionale 2007-13 "Ricerca e Competitività".

I risultati conseguiti sono descritti in questa collana di Quaderni PON LEWIS.

Il progetto è stato sviluppato dall'Università della Calabria e Autostrade Tech S.p.A. insieme ai partner industriali Strago e TDGroup, alle Università di Catania, di Reggio Calabria e di Firenze e al CINID (Consorzio Interuniversitario per l'Idrologia). Per l'Ateneo calabrese hanno partecipato diversi laboratori e gruppi di ricerca: CAMILab (con funzione di coordinamento), μ Wave, Geomatica, Nems, Geotecnica, Dipartimento di matematica.

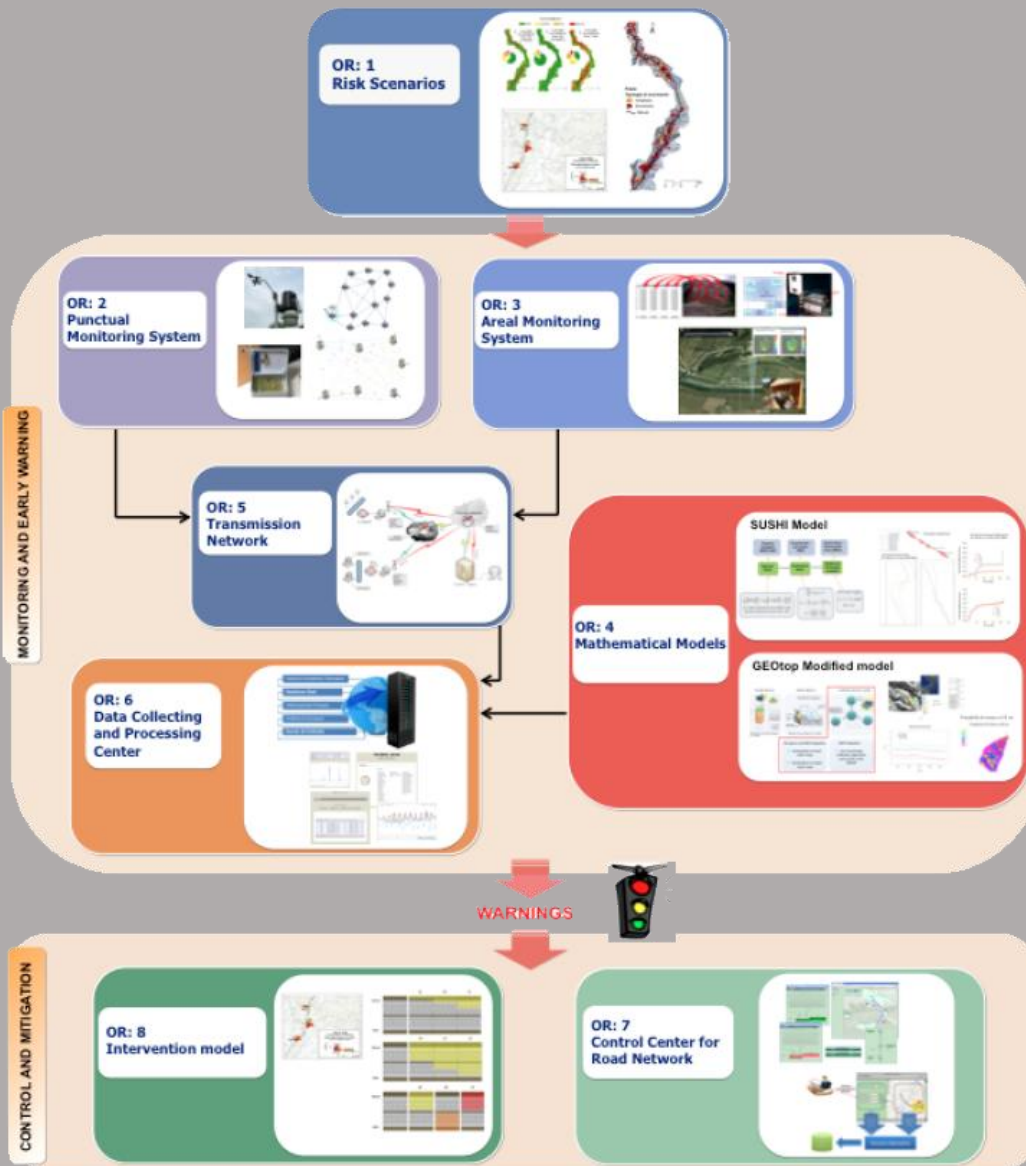


Figura 1 - Articolazione del sistema integrato di monitoraggio dei versanti e di preannuncio dei movimenti franosi

Il progetto è finalizzato allo sviluppo di un sistema di monitoraggio dei versanti e di preannuncio dei movimenti franosi che possono interessare le grandi vie di comunicazione e all'identificazione dei conseguenti interventi non strutturali di mitigazione.

Il sistema è articolato in due sottosistemi (fig. 1):

- ✓ Monitoraggio e preannuncio,
- ✓ Controllo e mitigazione,

che richiedono la preventiva individuazione degli scenari di rischio ossia dei danni che l'eventuale attivazione di una frana può produrre sugli elementi a rischio presenti (infrastruttura viaria, autoveicoli, persone). La procedura originale sviluppata nell'ambito del progetto prevede l'identificazione, lungo il tratto autostradale di interesse, delle aree soggette a movimenti franosi e la conseguente definizione dei relativi scenari di evento e di rischio.

Il sottosistema *Monitoraggio e preannuncio* è formato da diverse componenti: rete di monitoraggio "puntuale" che comprende sensori che misurano localmente l'inizio degli spostamenti superficiali o profondi; rete di monitoraggio "areale" che include sensori che controllano a distanza il fenomeno franoso con tecniche radar; modelli matematici di simulazione dell'innesco e della propagazione dei movimenti franosi. Nel progetto LEWIS sono state sviluppate numerose componenti innovative e sono state modificate e migliorate altre componenti già esistenti. In particolare tra i sensori puntuali sono stati sviluppati i sistemi SMAMID e POIS; tra quelli areali sono stati realizzati un radar in banda L, uno scatterometro, un interferometro; tra i modelli si sono sviluppati e/o migliorati: GEOtop, SUSHI, SCIDDICA.

La raccolta dei dati misurati dai sensori è affidata ad un unico sistema di trasmissione dati che trasmette anche le informazioni necessarie per il funzionamento dei modelli. Il sottosistema è completato da un Centro di acquisizione ed elaborazione dei dati (CAED) che, sulla base dei dati misurati dai sensori e delle indicazioni dei modelli, valuta la situazione di pericolo lungo il tronco autostradale emettendo i relativi livelli di criticità.

I livelli di criticità emessi dal CAED sono l'elemento di collegamento tra il sottosistema *Monitoraggio e preannuncio* e il sottosistema *Controllo e mitigazione*. Gli avvisi di criticità sono acquisiti dal Centro di comando e controllo del traffico (CCCT) che, sulla base di un modello di intervento predefinito, attiva le procedure standardizzate per la mitigazione del rischio, che vanno dalla

sorveglianza diretta del tratto di interesse da parte di squadre tecniche all'interruzione del traffico su entrambe le direzioni di marcia.

Il progetto prevede anche lo sviluppo di attività sperimentali su tre tronchi autostradali lungo la A3, la A16 e la A18, nonché l'erogazione di un Master di secondo livello denominato ESPRI (ESperto in Previsione/Prevenzione Rischio Idrogeologico).

Il progetto di ricerca è stato organizzato in Obiettivi Realizzativi (OR), ciascuno dei quali suddiviso in Work Package (WP), a loro volta articolati in Attività Elementari (AE). In totale erano previste 11 OR, 47 WP e 243 AE. In particolare le OR 1-8 riguardano la ricerca e si articolano in 26 WP e 139 AE. Le OR 9-11 sono dedicate a sperimentazione, governance e trasferimento tecnologico, integrazione e aggiornamento dell'attività di ricerca nella fase di Sviluppo Sperimentale e si articolano complessivamente in 21 WP e 104 AE.

I Quaderni che compongono questa collana sono stati costruiti con riferimento ai singoli WP, per la parte che riguarda la ricerca, e quindi ogni Quaderno contiene la descrizione dei risultati conseguiti nel WP, articolata in base alle AE previste.

Sono, inoltre, previsti altri tre Quaderni:

Quaderno 0 che contiene una descrizione di sintesi, in inglese, dei risultati conseguiti nell'ambito del progetto.

Quaderno 28 che contiene l'informazione relativa alle attività di divulgazione dei risultati scientifici.

Quaderno 29 che contiene la descrizione dei risultati conseguiti con l'attività formativa.

Il Quadro editoriale complessivo è riportato in tabella 1:

QUADERNO	OR	WP	TITOLO
0	-	-	Research outcomes
01 Parte prima	1	1.1	Linee guida per l'identificazione di scenari di rischio
01 Parte seconda	1	1.1	Linee guida per l'identificazione di scenari di rischio
02	2	2.1	Monitoraggio idrogeologico
03 Parte prima	2	2.2	Monitoraggio con unità accelerometriche (Sistema SMAMID)
03 Parte seconda	2	2.2	Monitoraggio con unità accelerometriche (Sistema SMAMID)
04	2	2.3	Circuiti integrati a bassa potenza per sistemi di monitoraggio con unità accelerometriche
05	2	2.4	Monitoraggio con sensori puntuali di posizione e inclinazione (Sistema POIS)
06	3	3.1	Sviluppo di uno scatterometro a risoluzione variabile
07	3	3.2	Elettronica di bordo dello scatterometro ed inclinazione
08	3	3.3	Sviluppo di un radar in banda L
09	3	3.4	Tecniche di analisi e sintesi di segnali radar per la simulazione accurata di scenari complessi
10	3	3.5	Elettronica di bordo del radar in banda L

QUADERNO	OR	WP	TITOLO
11	3	3.6	Sistemi interferometrici radar ad apertura sintetica basati a terra
12	4	4.1	Modello areale per il preannuncio delle frane da innesco pluviale (Modello GEOtop)
13	4	4.2	Modelli completi di versante di tipo puntuale per il preannuncio di movimenti franosi (Modello SUSHI)
14	4	4.3	Modelli di propagazione delle frane tipo colate (Modello SCIDDICA)
15	5	5.1	Rete Wireless di Telecomunicazioni: sviluppo e scelta dei parametri di progetto
16	6	6.1	CAED. Acquisizione dati: architettura del sistema
17	6	6.2	CAED. Elaborazione dei dati
18	7	7.1	CCCT. Progettazione
19	7	7.2	CCCT. Interfaccia verso il centro di acquisizione ed elaborazione dati
20	7	7.3	CCCT. Interfaccia con altre centrali operative e canali di diffusione delle notizie
21	7	7.4	CCCT. Modulo per la presentazione e convalida delle allerte
22	7	7.5	CCCT. Modulo per la gestione delle informazioni di traffico
23	7	7.6	CCCT. Integrazioni con moduli speciali

QUADERNO	OR	WP	TITOLO
24	8	8.1	Definizione del modello di intervento e predisposizione del Piano di Emergenza
25	8	8.2	CCCT. Gestione delivery allerte e attivazione squadre d'intervento
26	8	8.3	CCCT. Gestione percorsi alternativi
27	9	9.1 - 9.11	Sperimentazione
28	10	10.1 - 10.2	Piano di comunicazione e diffusione
29	-	-	Master ESPRI (Esperto in Previsione/Prevenzione Rischio Idrogeologico)

Tabella 1 - Quadro editoriale complessivo della collana di Quaderni PON LEWIS

31 dicembre 2014

Il Responsabile Scientifico del progetto PON LEWIS

Pasquale Versace

INDICE

ATTIVITA' ELEMENTARE 3.4.1

1 **Studio dei modelli disponibili: meccanismi fondamentali e strumenti di analisi teorici, numerici e sperimentali**

1 **3.4.1.A Introduzione**

1 **3.4.1.B Meccanismi fisici e modelli empirici per il fenomeno di scattering**

2 3.4.1.B.a Scattering da superficie

12 3.4.1.B.b Scattering da volume

18 **3.4.1.C Conclusioni**

Riferimenti bibliografici

ATTIVITA' ELEMENTARE 3.4.2

20 **Analisi delle tipologie di frane di interesse: composizione, tipo di evoluzione temporale, geometria**

20 **3.4.2.A Introduzione**

20 **3.4.2.B Classificazione dei fenomeni franosi**

23 **3.4.2.C Conclusioni**

Riferimenti bibliografici

ATTIVITA' ELEMENTARE 3.4.3

- 25 **Sistema radar: requisiti e caratteristiche fondamentali**
- 25 **3.4.3.A Introduzione**
- 25 **3.4.3.B Sistema radar: requisiti e caratteristiche fondamentali**
- 28 **3.4.3.C Conclusioni**

Riferimenti bibliografici

ATTIVITA' ELEMENTARE 3.4.4

- 30 **Sviluppo di simulatori accurati: analisi di complessità e sensibilità (full-wave, nel caso bidimensionale; con i soli meccanismi fondamentali, nel caso tridimensionale) e realizzazione**
-

- 30 **3.4.4.A Introduzione**
- 32 **3.4.4.B Scattering da superficie ondulata: studio analitico**
- 37 **3.4.4.C Validità dello studio analitico**
- 41 **3.4.4.D Meccanismi fondamentali per il caso 3D**
- 42 **3.4.4.E Conclusioni**

ATTIVITA' ELEMENTARE 3.4.5

- 46 **Sviluppo e validazione di modelli approssimati per la soluzione del problema diretto della diffusione elettromagnetica**
-

- 46 **3.4.5.A Introduzione**

- 46 **3.4.5.B Realizzazione di un simulatore numerico e validazione dello stesso**
62 **3.4.5.C Conclusioni**

ATTIVITA' ELEMENTARE 3.4.6

- 62 **Determinazione indicazioni per utilizzo massimamente proficuo
del radar**
-

- 62 **3.4.6.A Introduzione**
63 **3.4.6.B Le osservazioni effettuate**
65 **3.4.6.C Conclusioni**

Riferimenti bibliografici

ATTIVITA' ELEMENTARE 3.4.7

- 67 **Studio dei modelli esistenti per la soluzione del
problema inverso della diffusione elettromagnetica**
-

- 67 **3.4.7.A Introduzione**
67 **3.4.7.B Un modello di elaborazione per il caso volumetrico**
69 **3.4.7.B Modelli di elaborazione per il caso di scattering superficiale (e loro
relazione con le tecniche SAR)**
71 **3.4.7.C Il problema 'inverso'**
74 **3.4.7.D Decomposizione ai valori singolari**
85 **3.4.7.E Soluzione generalizzata**
90 **3.4.7.F Metodi di regolazione**

92	3.4.7.G SVD applicata al caso di interesse e processing dei risultati
95	3.4.7.H Prove numeriche di inversione
111	3.4.7.I Conclusioni

Riferimenti bibliografici

ATTIVITA' ELEMENTARE 3.4.8

113 **Determinazione delle massime prestazioni ottenibili**

113 **3.4.8.A Introduzione**

113 **3.4.8.B Come ottenere massime prestazioni dal sensore radar**

115 **3.4.8.C Conclusioni**

ATTIVITA' ELEMENTARE 3.4.9

115 **Analisi delle effettive prestazioni**

115 **3.4.9.A Introduzione**

116 **3.4.9.B Studio delle effettive prestazioni**

117 **3.4.9.C Conclusioni**

ATTIVITA' ELEMENTARE 3.4.10

118 **Sviluppo di modelli approssimati per la soluzione del problema diretto e studio dei modelli esistenti per la soluzione del problema inverso nel caso 3D**

118	3.4.10.A Introduzione
118	3.4.10.B Il simulatore numerico
127	3.4.10.C Il processore numerico
132	3.4.10.D Conclusioni

Riferimenti bibliografici



Studio dei modelli disponibili: meccanismi fondamentali e strumenti di analisi teorici, numerici e sperimentali

3.4.1.A INTRODUZIONE

Scopo della prima attività elementare è fissare e approfondire i meccanismi (ed i modelli) elettromagnetici di possibile interesse, nonché l'individuazione delle tecniche di simulazione e di analisi più adeguate ai fini del progetto, consentendo così di acquisire al progetto lo stato dell'arte delle conoscenze in materia.

Il monitoraggio dei fronti di frana è condotto tramite l'analisi del segnale di interazione tra il campo elettromagnetico e la zona a rischio che si vuole investigare. Il meccanismo fisico che consente di spiegare e analizzare questa iterazione è lo scattering elettromagnetico. Nei paragrafi successivi è, quindi, introdotto il fenomeno dello scattering, ovvero quello da superficie e da volume. In particolar modo, nello scattering da superficie sono ampiamente analizzati i modelli fisici disponibili in letteratura ed è descritta la sua caratterizzazione in base al grado di rugosità della superficie. Nello scattering da volume è stato, invece, approfondito il concetto di profondità di penetrazione, grandezza legata sia alla frequenza di indagine che alle caratteristiche elettromagnetiche del mezzo.

3.4.1.B MECCANISMI FISICI E MODELLI EMPIRICI PER IL FENOMENO DI SCATTERING

Per quanto i due fenomeni siano in qualche modo sempre contemporaneamente presenti, conviene distinguerli e commentarli in quanto alla base dello scattering elettromagnetico, ovvero lo *scattering da superficie* e lo *scattering da volume*.

Quando un'onda incide sulla superficie di confine tra due mezzi semifiniti, una parte di questa è scatterata indietro, mentre la restante parte è trasmessa all'interno del mezzo inferiore. Se quest'ultimo è omogeneo si parla di problema di *scattering da superficie*, poiché lo scattering ha luogo solo sulla superficie di

confine tra i due mezzi. Nello scattering di superficie i modelli comunemente adottati fanno riferimento al modello a faccette, oppure ai modelli empirici introdotti da Clapp, o a modelli più sofisticati basati sull'uso dello scattering da superfici frattali.

Se il mezzo inferiore è non omogeneo, o è un aggregato di materiali con differenti proprietà dielettriche, allora una porzione di onda trasmessa è scatterata indietro dalle non omogeneità e potrebbe attraversare la superficie di confine e propagarsi verso il mezzo superiore. In questo caso si parla di *scattering da volume* perché lo scattering avviene dentro il volume del mezzo inferiore. La metodologia più comune per affrontare questo tipo di scenario è il ricorso a metodi numerici di simulazione. In taluni casi è possibile affrontare il problema come 'scattering da N corpi'.

E' evidente che la prevalenza dell'uno o dell'altro fenomeno avrà un impatto sulla tipologia di informazione eventualmente estraibile dal segnale radar. Visto l'impatto che tali meccanismi avranno sugli sviluppi successivi, si riassumono nel seguito brevemente le loro principali caratteristiche e le tecniche di analisi maggiormente diffuse.

> 3.4.1.B.a Scattering da superficie

Nello *scattering da superficie* l'intensità del segnale scatterato è proporzionale alla discontinuità delle caratteristiche elettromagnetiche tra aria e suolo, mentre il 'pattern di radiazione' è fortemente influenzato dalla natura della superficie. Qualitativamente la relazione tra rugosità delle superficie e *scattering da superficie* può essere illustrata attraverso gli esempi in figura 1.

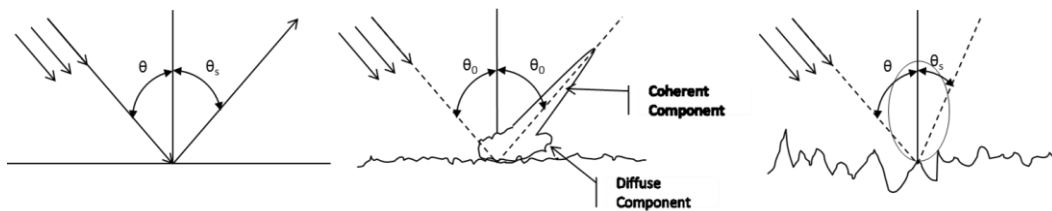


Fig. 1 Componenti coerenti e non coerenti di scattering per differenti condizioni di rugosità della superficie

Nel primo caso, cioè di superficie liscia, ha luogo il fenomeno di riflessione speculare, descritta dalle leggi di riflessione di Fresnel [1]. Il pattern di radiazione dell'onda riflessa è una funzione δ centrata nella direzione speculare. La potenza riflessa è interamente coerente. Nel secondo caso ci troviamo di fronte a una superficie leggermente rugosa; stavolta il pattern di radiazione ha due componenti una riflessa e una scatterata. Quella riflessa è nuovamente nella direzione speculare, ma l'ampiezza è inferiore rispetto al caso di superficie liscia; questa è la componente coerente. Quella scatterata, detta diffusa o non coerente, consiste in potenza scatterata in tutte le direzioni, ma con ampiezza di gran lunga inferiore alla componente coerente. Man mano che la superficie diventa sempre più rugosa (ultimo caso), la componente coerente diventa trascurabile. Per superfici molto ruvide, il pattern di radiazione consiste solo in quello diffuso.

Complessivamente si osserva che l'ampiezza di scattering lungo la direzione speculare diminuisce mentre il backscattering aumenta man mano che la superficie diventa più rugosa. Questo può essere osservato nella figura 2, nella quale è illustrato il coefficiente di backscattering al variare dell'angolo di incidenza. Per superfici lisce o poco ruvide si ha backscattering solo se la direzione di incidenza è prossima alla direzione verticale alla superficie (valori di θ prossimi allo zero). Quando la superficie diventa più ruvida subentra la componente diffusa e, quindi, esiste backscattering anche per valori di θ diversi da zero.

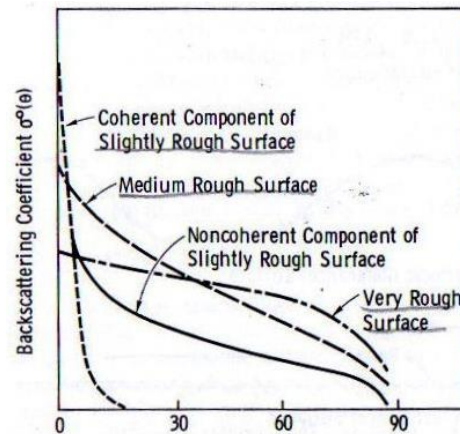


Fig. 2 Variazione angolare del coefficiente di backscattering per differenti condizioni di rugosità della superficie

Risulta dunque evidente che, ai fini dello sviluppo di tecniche di imaging basate su radar monostatici, (ovvero una stessa antenna trasmette e riceve) la presenza e l'ammontare della rugosità superficiale sono essenziali.

Grado di rugosità

Una data superficie che potrebbe apparire molto ruvida a una data lunghezza d'onda potrebbe apparire molto liscia ad un'altra. Il grado di rugosità della superficie è tecnicamente definito [2] in base a due parametri statistici che sono misurati in unità di lunghezze d'onda, ovvero la deviazione standard della variazione di altezza della superficie (h) e la lunghezza di correlazione (l).

Il parametro h descrive le variazioni statistiche della componente random dell'altezza della superficie rispetto a una superficie di riferimento. La superficie di riferimento potrebbe essere una superficie imperturbata di forma periodica o semplicemente una superficie piatta se sono presenti solo variazioni random. Matematicamente il calcolo di h comporta una discretizzazione del profilo in valori discreti z_i adeguatamente spaziat. Infatti, se la variazione di altezza Δz che corrisponde a un segmento orizzontale Δx è più piccola della lunghezza d'onda λ dell'onda incidente, questa variazione non avrà apprezzabili effetti sulla riflessione sulla riflessione dalla superficie del segmento Δx . Come regola di buon senso, l'intervallo Δx dovrebbe essere scelto tale che $\Delta x \leq 0.1\lambda$. In formula:

$$h = \left[\frac{1}{N-1} \left(\sum_{i=1}^N (z_i)^2 - N(\bar{Z})^2 \right) \right]^{1/2} \quad (1)$$

dove N è il numero di campioni sulla superficie e \bar{Z} rappresenta il loro valore medio.

La lunghezza di correlazione l misura la somiglianza e la correlazione tra le varie altezze z_i dei campioni. Il calcolo di l prevede infatti l'utilizzo della funzione di autocorrelazione normalizzata, cioè:

$$\rho(x') = \frac{\sum_{i=1}^{N+1-j} z_i z_{j+i-1}}{\sum_{i=1}^N z_i^2} \quad (2)$$

dove $x' = (j - 1)\Delta x$ e $j \geq 1$.

Si definisce lunghezza di correlazione l la distanza x' tale che:

$$\rho(l) = 1/e \quad (3)$$

Questo parametro fornisce uno strumento per stimare l'indipendenza statistica di due punti sulla superficie. Se due punti sono separati da una distanza orizzontale più grande di l , allora le loro altezze possono essere considerate statisticamente indipendenti. Nel caso estremo di superficie perfettamente liscia, ogni punto sulla superficie è correlato con ogni altro punto con coefficiente di correlazione unitario. Quindi, in questo caso $l \rightarrow \infty$. Ovviamente entrambi i parametri devono essere rapportati alla lunghezza d'onda. In particolare esistono due criteri quello di Rayleigh e Fraunhofer. Il criterio di Rayleigh afferma che la superficie può essere considerata liscia se la differenza di fase tra i due raggi riflessi è minore di $\pi/2$, ovvero

$$h < \frac{\lambda}{8 \cos \theta} \quad (4)$$

dove θ è l'angolo formato tra il raggio incidente e la normale alla superficie. Per modellizzare il comportamento di una superficie naturale nella regione delle microonde, in cui λ è dell'ordine di h , è necessario un criterio molto più stringente, ovvero il criterio di Fraunhofer. Secondo questo criterio una superficie è considerata liscia se la massima differenza di fase tra i due raggi riflessi è minore di $\pi/8$, ovvero

$$h < \frac{\lambda}{32 \cos \theta} \quad (5)$$

Come generale linea guida, una superficie è considerata liscia se $k * h < 0.2$ e può essere considerata molto ruvida se $k * h > 1.0$. Comunque $k * h$ non è l'unico parametro che determina la rugosità della superficie; infatti, deve essere considerata anche la lunghezza di correlazione, ovvero $k * l$.

Modelli fisici disponibili

La comprensione dei meccanismi fisici dello scattering da superficie può essere basata su concetti relativamente semplici. Esistono vari modelli fisici ampiamente diffusi.

Il più semplice, il modello *'point scatterers'*, consiste nell'immaginare la superficie come un insieme di punti-scatteratori, cioè di singoli elementi che si assumono essere scatteratori isotropici o dipoli il cui pattern è molto largo. Clapp [3] fu il primo a sviluppare un modello di questo tipo. I suoi modelli sono basati su una collezione di piccoli scatteratori sferici e si differenziano in base all'andamento del coefficiente di backscattering. Definendo con $\sigma^0(\theta)$ la funzione che restituisce l'ampiezza del campo diffuso al variare dell'angolo di incidenza (ed omettendo per il momento la dipendenza della distanza tra antenna e bersaglio) i tre modelli di Clapp (per una singola sfera) si schematizzano come segue:

- Tipo 1: $\sigma^0(\theta) = \sigma^0(0)$

In tale modello, le sfere sono indipendenti e sufficientemente separate da non potersi influenzare a vicenda. Il loro pattern isotropico è preservato. Per applicare questo modello le sfere devono essere disposte in modo tale che lo stesso numero di sfere è illuminato dal fascio qualunque sia l'angolo di illuminazione. Questo è piuttosto irrealistico.

- Tipo 2: $\sigma^0(\theta) = \sigma^0(0) * \cos \theta$

In questo modello le sfere sono supposte vicine e densamente raggruppate. In tale caso, il coefficiente di backscattering dipende dall'angolo di incidenza θ , che tiene in conto in qualche modo (supponendo una densità uniforme delle sfere), dell'intensità del campo incidente. Per comprendere il modello, si introducono i concetti di area proiettata ΔA_p e di area di superficie ΔA_s .

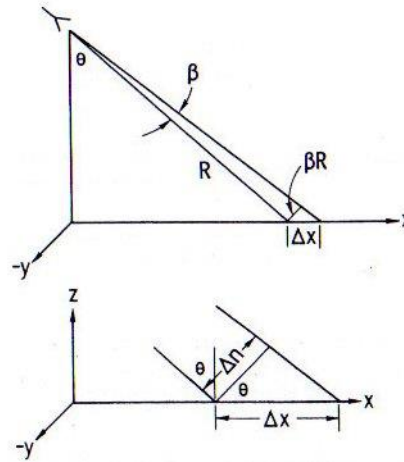


Fig. 3 Geometria di riferimento per relazionare l'area di superficie con l'area proiettata

Per un dato fascio illuminante di ampiezza β , la potenza attraverso ΔA_p è indipendente dall'angolo θ di incidenza, una volta rimosso l'effetto della distanza, e l'area stessa è indipendente da θ . Quindi, la potenza su unità di area proiettata è indipendente da θ . Invece l'area di superficie ΔA_s aumenta all'aumentare di θ , mentre la potenza su unità di area di superficie diminuisce con θ . Questo implica che il coefficiente di scattering non è indipendente dall'angolo di incidenza θ . Ci si aspetta che la potenza diminuisca se il gruppo di sfere sono strettamente raggruppate vicino alla superficie, perché il numero di sfere in una data area dovrebbe restare lo stesso mentre la potenza incidente su questa area dovrebbe diminuire con l'aumento di θ .

$$\text{- Tipo 3: } \sigma^0(\theta) = \sigma^0(0) * \cos^2 \theta$$

In tale terzo modello, la radiazione delle sfere è in accordo con una legge cosinusoidale e, quindi, le sfere non sono più considerate isotropiche. L'andamento di σ^0 si basa perciò sulla legge di Lambert. Per superficie molto ruvide il pattern di radiazione si avvicina a quello di una superficie Lambertiana.

Un approccio differente da quello usato da Clapp coinvolge il modello a **faccette** [4]. La superficie rugosa è approssimata con una serie di faccette planari, ognuna tangente alla superficie. Questo modello rappresenta lo scattering che deriva dall'unione di tali faccette prendendo in considerazione sia

il loro pattern che la distribuzione delle loro pendenze. Lo scattering di ogni faccetta ovviamente dipende dalla sua dimensione come mostrato in figura 4.

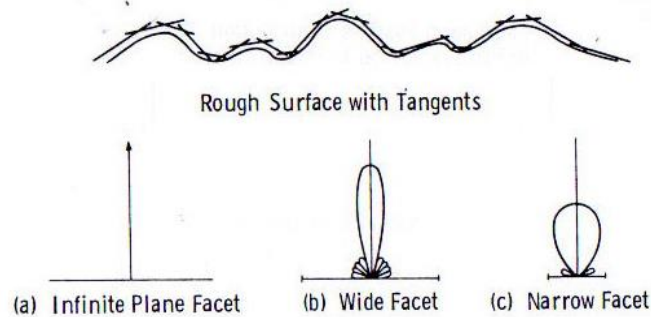


Fig. 4 Rappresentazione di una superficie come un'insieme di faccette e pattern di radiazione delle faccette al variare della dimensione

Lo scattering da un piano infinito è dato da una funzione delta, ovvero la superficie è un riflettore speculare; si ha backscattering, solo se il raggio colpisce in direzione normale. Se la faccetta è ampia, ma finita si ottiene un pattern di radiazione stretto. Più piccola diventa l'estensione della faccetta, più il pattern si allarga. I lobi laterali sono presenti in entrambi i casi di faccette con dimensioni finite ma la loro ampiezza è piccola se comparata con quella del lobo principale. La dimensione delle faccette, così come fatto con h e l , deve essere rapportato alla lunghezza d'onda λ . Infatti, una faccetta che ha un pattern stretto per piccoli λ potrebbe averne uno più ampio per λ più grandi.

Le faccette più grandi danno, quindi, maggiore contributo se correttamente orientate, infatti, la loro re-irradiazione è massima nella direzione speculare. Le faccette più piccole invece non sono così direzionali.

Per poter considerare una faccetta infinitamente estesa dovremmo assumere che λ sia pari a zero. Questa assunzione è implicita nell'ottica geometrica, così questi modelli a faccette sono noti come modelli di scattering di ottica geometrica. Sotto questa ipotesi, solo quelle faccette correttamente orientate contribuiscono al segnale di ritorno. Questo punto è illustrato in figura 5, dove l'antenna ricevente sottende un angolo $2\Delta\theta_m$ e solo le faccette con un range di variazione di pendenza pari a $\Delta\theta_m$ partecipano al segnale ricevuto. Infatti, se

indichiamo con $p_s(\alpha)$ la funzione di densità di probabilità della pendenza della faccetta, la potenza di segnale ricevuta è data da:

$$P_r = A \int_{\theta - \Delta\theta_m / 2}^{\theta + \Delta\theta_m / 2} p_s(\alpha) d\alpha \quad (6)$$

dove A è una costante che contiene i parametri del radar e che tiene in considerazione l'effetto della distanza.

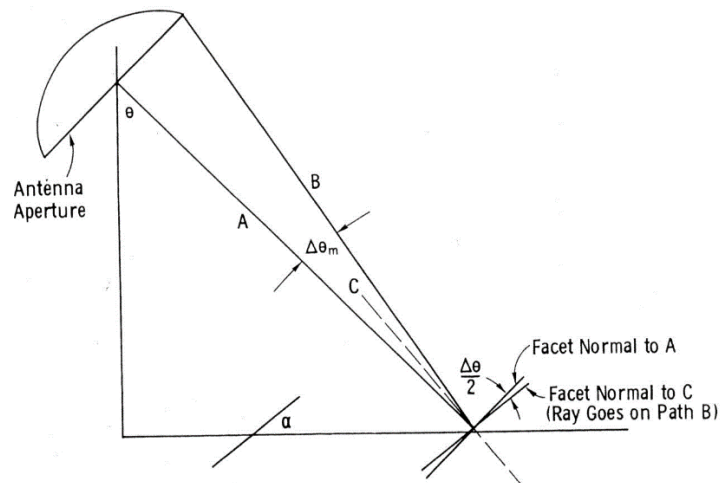


Fig. 5 Geometria del fenomeno di riflessione nel caso di ipotesi di ottica geometrica

Questo modello di ottica geometrica è relativamente facile da gestire matematicamente perché sono necessarie solo la distribuzione delle pendenze e la geometria dell'antenna.

Frequentemente è possibile considerare il coefficiente di scattering come una sovrapposizione di una funzione δ , quindi, una componente coerente e speculare nell'intorno di nadir, con un'altra funzione caratterizzata da un andamento lentamente decrescente con θ (simile a uno dei modelli di Clapp), quindi una componente incoerente. Si può allora pensare di unire il modello a faccette, per θ prossimo allo zero, con quello di superficie rugosa, per angoli di incidenza più grandi.

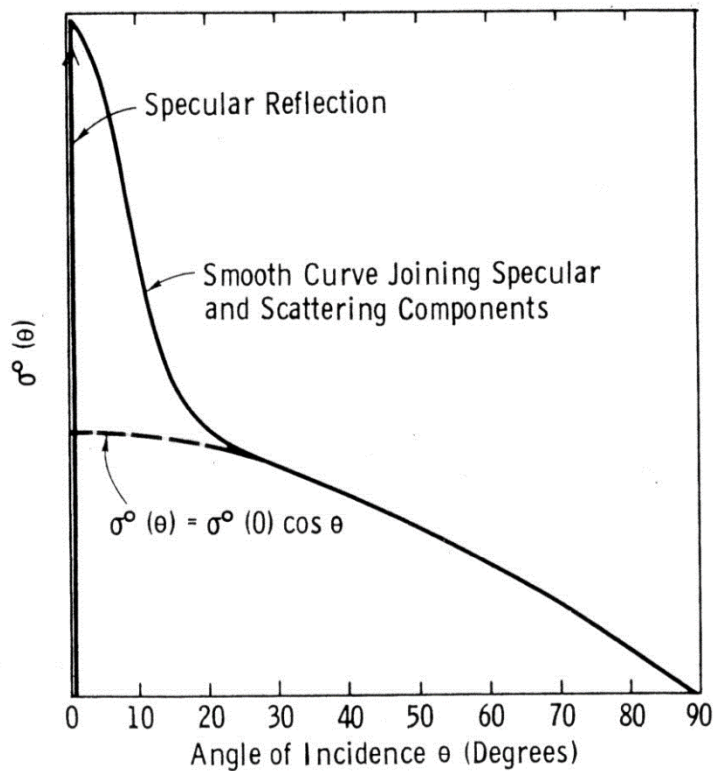


Fig. 6 Rappresentazione del coefficiente di backscattering, composto da una componente speculare all'intorno di nadir e una componente incoerente che varia lentamente con l'angolo θ

Modelli più sofisticati, riguardano l'utilizzo di metodi basati sullo scattering da superfici frattali [5] e/o lo sviluppo di metodi numerici basati sulla soluzione numerica delle equazioni di Maxwell per assegnati scenari ed assegnate condizioni di incidenza.

Qualsiasi sia la natura del modello adottato ai fini della analisi dello scattering da superficie e nella ipotesi che questo sia il fenomeno prevalente, è importante notare che, in regime monocromatico, il segnale complesso (nel senso matematico del termine) retro diffuso da una zona ristretta dello scenario è determinato:

- per quanto riguarda la sua ampiezza, dalla rugosità della superficie e dall'ammontare della discontinuità delle caratteristiche dielettriche;
- per quanto riguarda la sua fase, dallo spazio complessivamente percorso (andata e ritorno) dal segnale elettromagnetico.

Ipotizzando dunque di poter 'isolare' i contributi provenienti dalle diverse parti dello scenario sotto indagine, le fasi conterranno essenzialmente informazioni sulla geometria dello scenario, mentre le informazioni su rugosità e caratteristiche elettromagnetiche saranno essenzialmente contenute nella ampiezza del segnale retro diffuso.

Un altro possibile modello descrive la superficie in termini di spettro del loro scostamento verticale da un valore medio. Spesso la risposta a grandi angoli di incidenza deriva da componenti risonanti nello spettro, sebbene l'energia associata a queste frequenze risonanti sia abbastanza piccola comparata all'energia totale. Questo fenomeno è descritto con il termine **risonanza di Bragg**, dall'analogo con la risonanza di Bragg usata nella spettroscopia. Questo meccanismo è stato usato per descrivere lo scattering di oceani. Tramite questa analisi si ottiene un segnale ricevuto di tensione che ha un'espressione analoga a quella del fattore di array negli array di antenne, ovvero:

$$V_r = V_0 e^{-jkR_0} \frac{\sin[k(N+1)\Delta R]}{\sin[k\Delta R]} \quad (7)$$

Il valore massimo della tensione è proporzionale a $N+1$, dove N è il numero totale di lunghezze d'onda della componente risonante all'interno dell'area illuminata. Il massimo valore della potenza è proporzionale a $(N+1)^2$. Poiché la potenza media per scatteratori non risonanti è proporzionale al loro numero piuttosto che al suo quadrato, l'effetto di scatteratori risonanti molto piccoli in largo numero può superare di gran lunga quello di scatteratori spazati in maniera casuale ma di numero confrontabile.

Nello *scattering da superficie* un ruolo importante è anche giocato da scatteratori isolati ma 'forti', chiamati **hard targets**. Segnali intensi di tale natura provengono essenzialmente da superfici metalliche piatte o leggermente arrotondate. Altri provengono invece da elementi risonanti (oggetti metallici o con costanti dielettriche elevate) o conduttori lineari propriamente orientati. Molti di

questi sono causati dall'effetto di *corner-reflector*. Tali elementi possono fornire accurate informazioni sulle variazioni temporali subite nel tempo dalla superficie sulla quale tali 'retrodifusori' sono posizionati, e sono come tali di notevole interesse.

> 3.4.1.B.b Scattering da volume

Nello *scattering da volume* l'intensità del segnale scatterato è proporzionale alle discontinuità dielettriche all'interno del mezzo e alla densità delle discontinuità incorporate in esso, mentre il suo pattern di radiazione è determinato dalla costante dielettrica media del mezzo e dalle dimensioni geometriche delle disomogeneità in relazione alla lunghezza d'onda incidente.

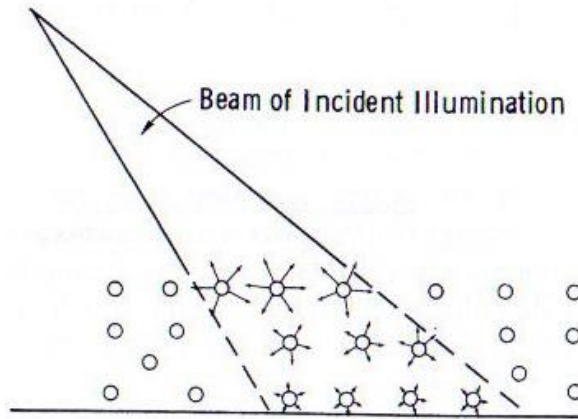


Fig. 7 Illustrazione del meccanismo di scattering da volume

Nella figura 7 è illustrato il meccanismo di *scattering da volume*. Osserviamo che man mano che l'onda attraversa il mezzo e si propaga sempre più in profondità allontanandosi dalla sorgente, lo scattering si indebolisce. Infatti, il meccanismo dello scattering da volume causa una redistribuzione dell'energia dell'onda trasmessa in tutte le direzioni e, quindi, delle perdite. Oltre a queste bisogna considerare le perdite dovute alla conduzione. Si introduce allora un coefficiente di estinzione che tiene conto di entrambi i fattori, ovvero dell'effetto combinato delle perdite da scattering e di quelle da conduzione. La regione del mezzo che gioca un ruolo importante per lo scattering da volume può essere

identificata tramite la profondità di penetrazione, che è definita come l'inverso del coefficiente di estinzione. Quindi, per determinare la presenza di *scattering da volume*, occorre conoscere se il mezzo è non omogeneo e qual è la sua effettiva profondità di penetrazione.

Per quanto riguarda gli strumenti di analisi dello scattering volumetrico, sono stati sviluppati negli anni, una serie di approcci e codici particolarmente efficienti. In particolare, sono stati sviluppati modelli basati sul metodo dei momenti e su di una opportuna riscrittura delle equazioni dello scattering elettromagnetico [6], nonché sull'utilizzo di opportune funzioni di Green [7].

Profondità di penetrazione

Da un punto di vista fisico, l'attenuazione del campo elettromagnetico in un mezzo materiale dipende da:

- la conducibilità del mezzo: nell'attraversare i mezzi conduttivi l'onda elettromagnetica origina correnti che le sottraggono potenza,
- fenomeni di risonanza delle molecole d'acqua, o di altre molecole presenti nel mezzo investigato,
- l'attenuazione geometrica, causata dal fatto che, durante la propagazione, la potenza del campo elettromagnetico si distribuisce su di un fronte d'onda la cui superficie aumenta man mano che ci si allontana dall'antenna, diminuendo di fatto la potenza globale.

Nello scattering di volume, la penetrazione dell'onda elettromagnetica è fortemente dipendente dalla conducibilità del suolo; esistono terreni caratterizzati da bassa conducibilità e buona omogeneità, in cui la penetrazione può essere relativamente elevata, ad esempio: roccia compatta, ghiaccio, sabbia asciutta, ecc. Nei terreni comuni, invece, (di natura argillosa, sabbiosa e ghiaie) la presenza di acqua e dei sali disciolti, limita la penetrazione a pochi metri; in particolare la penetrazione può risultare assai ridotta per terreni saturi di acqua (causa comune a diversi tipi di frane).

Supponendo di considerare un mezzo omogeneo e la propagazione del campo approssimata come un'onda piana, la variazione nello spazio è descritta da una legge del tipo $e^{-jk d}$. La costante di propagazione k può essere legata alle caratteristiche dielettriche del mezzo come:

$$K = \omega \sqrt{(\varepsilon' - j\varepsilon'')\mu_0} = \beta - j\alpha \quad (8)$$

dove α e β possono essere esplicitati come

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu_0 \varepsilon'}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2} - 1 \right)} \quad (9)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu_0 \varepsilon'}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2} + 1 \right)} \quad (10)$$

dove $\omega = 2\pi f$ e f è la frequenza di lavoro.

Abitualmente si assume che sia soddisfatta la seguente relazione, relativa all'approssimazione per piccole perdite:

$$\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \ll 1 \quad (11)$$

in modo da effettuare un'espansione in serie.

Si supponga in un primo momento di considerare mezzi non dispersivi; si ha il seguente legame per mezzi dotati di conducibilità:

$$\varepsilon'' = \frac{\sigma}{\omega} \quad (12)$$

nel caso di piccole perdite troviamo che il fattore β dipende dalla ω , mentre il fattore α , non dipenderà dalla ω , ottenendo le seguenti espressioni approssimate:

$$\alpha \cong \beta \frac{\beta''}{2\beta'} \quad (13)$$

$$\beta \cong \omega \sqrt{\varepsilon' \mu_0} \quad (14)$$

I mezzi naturali, però, presentano perdite non trascurabili. In tal caso entrambi i fattori dipendono da ω e vengono espressi attraverso le formule iniziali. Va

osservato che questo comporta che l'attenuazione del campo cresca con la frequenza e, quindi, si riduce al crescere della frequenza la profondità di indagine.

E' utile, ai fini di una adeguata modellizzazione degli scenari di interesse, provvedere ad una ricerca delle caratteristiche elettromagnetiche dei diversi tipi di suolo onde poter poi calcolare le profondità di penetrazione alle diverse frequenze e nelle diverse condizioni operative. Da studi effettuali in letteratura, emergono diversi riferimenti attraverso i quali è possibile conoscere tali caratteristiche. Un esempio è il [8] in cui le caratteristiche elettromagnetiche del terreno sono studiate in diversi casi in cui varia la percentuale d'acqua contenuta nel terreno. In particolare, sono considerati 4 diversi casi in cui il terreno è formato da sabbia, argilla e fango, con percentuali mostrate dalla seguente tabella:

TABLE I
WEIGHT PERCENTAGES OF SAND, SILT AND
CLAY FOR THE VARIOUS SAMPLES MEASURED

Soil Mixtures	Sand (%)	Silt (%)	Clay (%)
Field 1	50	35	15
Field 2	40	55	5
Field 3	30	60	10
Field 4	15	65	20

Tab.1: Composizione di quattro tipi diversi di terreno in base alle percentuali di sabbia, argilla e fango

Utilizzando opportune tecniche di misura delle caratteristiche dielettriche, in [8] si perviene alla caratterizzazione di parte reale ed immaginaria di tali suoli di cui alla figura che segue, dove m_v è un parametro (volumetric soilmoisture) legato alla percentuale di acqua presente nel terreno.

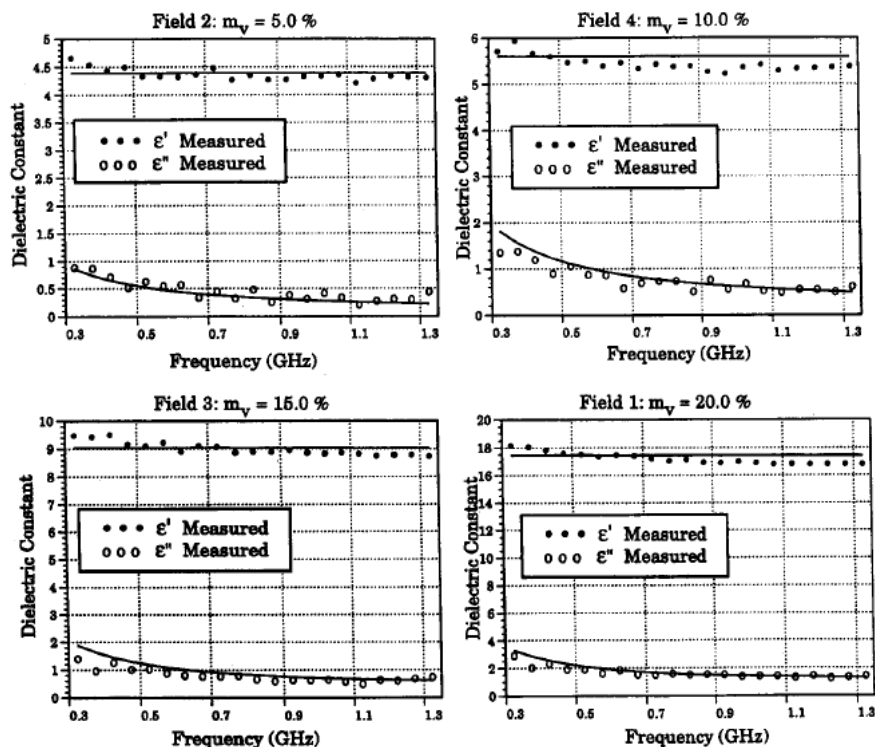


Fig. 8 Confronto tra valori misurati e predetti per vari tipi di suolo

Oltre alle composizione del suolo, è importante sapere se sulla sua superficie è presente della vegetazione e che tipo di vegetazione è presente. In presenza di copertura vegetativa sul terreno infatti, l'osservazione del suolo mediante radar richiede l'impiego di bande di frequenza in grado di penetrare gli strati vegetativi, opportunamente scelte in relazione alle esigenze applicative.

Note la banda di frequenza (nel particolare banda L o P) e le caratteristiche del suolo, è possibile calcolare, per ognuno dei tipi di terreno presenti in tabella la profondità di penetrazione. La profondità massima ottenibile è di circa 0.8 metri. Tale risultato è rappresentato in Fig.10, dove si può, tra l'altro, notare come, aumentando la frequenza, diminuisce la profondità di penetrazione.

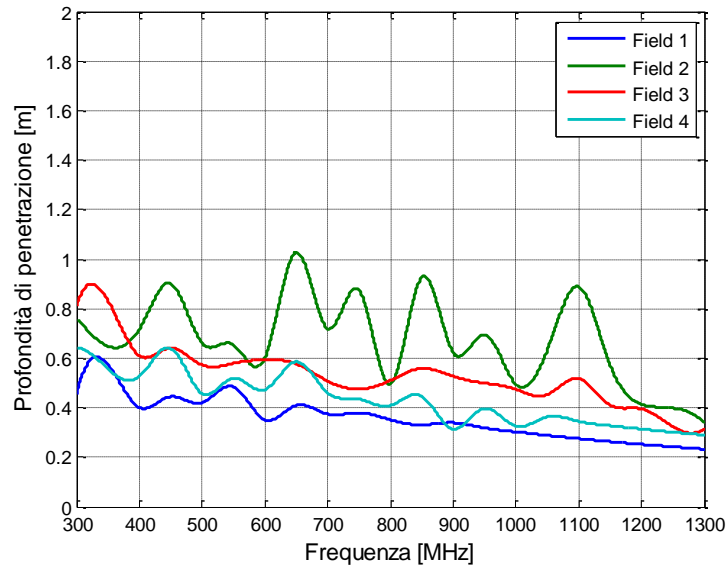


Fig. 9 Andamento della profondità di penetrazione al variare della frequenza nel range di interesse

I valori, in figura 9, sono rappresentativi del tipo di prestazioni tipiche che si possono ottenere in termini di capacità di penetrazione. E' in ogni caso possibile, effettuando le opportune misure in laboratorio di ϵ' ed ϵ'' , ricavare caso per caso (suolo per suolo, tipologia di frana per tipologia di frana), le informazioni di interesse.

Dalla figura si intuisce che se l'obiettivo è il monitoraggio del contenuto d'acqua all'interno di masse franose, allora conviene utilizzare frequenze che siano le più basse possibili, infatti nella banda P o L al massimo è possibile avere una profondità di penetrazione al massimo pari a circa 0.8 metri.

Se invece l'obiettivo è il monitoraggio della superficie 'libera' della frana e, quindi, delle deformazioni superficiali allora conviene andare nell'estremo superiore dell'intervallo di frequenze considerate in figura. Infatti, una tale scelta da un lato minimizzerà gli effetti (a questo punto indesiderati) dello scattering di volume, e dall'altro consentirà una migliore risoluzione in termini di spostamento della superficie. Infatti, il minimo scostamento apprezzabile,

ad una frequenza di 2 GHz, è dell'ordine di una qualche frazione di lunghezza d'onda, ovvero dell'ordine di $\lambda_{\min}/4 = 3.75$ cm.

Tuttavia, i risultati rappresentati tramite la figura 9 evidenziano la difficoltà ad ottenere una efficace penetrazione del suolo, e, quindi, a procedere ad una determinazione di quanto avviene all'interno di esso. Peraltro, la soluzione di problemi di inverse scattering 'di volume' è estremamente complessa. Tale circostanza, insieme al fatto che l'analisi del sottosuolo sarà approfondita, nell'ambito del progetto, da sensori puntuali anziché areali, ha spinto a concentrarsi su frequenze tali da enfatizzare lo scattering 'di superficie'. Infatti, tale fenomeno è atto a tenere sotto controllo eventuali deformazioni dei costoni.

Si è scelta dunque la banda L come la più adatta ad un monitoraggio di frane. Come diretta conseguenza, lo scattering da volume si dimostra marginale.

3.4.1.C CONCLUSIONI

Lo studio dei fronti di frana viene affrontato sfruttando l'interazione di questi con il campo elettromagnetico incidente sugli stessi. Il meccanismo fisico alla base è lo scattering elettromagnetico, argomento che è stato ampiamente studiato in modo da formare una 'base concettuale' di partenza per il progetto, studiandone i vantaggi, ma anche i limiti.

Con particolare riguardo a questi ultimi, visti i risultati ottenuti da studi effettuati in termini di profondità di penetrazione del suolo e la difficoltà di interpretazione di tale tipo di dati, si è deciso di scegliere la banda L come la banda di lavoro e ci si è concentrati, conseguentemente, esclusivamente sullo scattering da superficie.

Riferimenti bibliografici

- [1]. Giorgio Franceschetti, “Campi Elettromagnetici”, Boringhieri
- [2]. F. T. Ulaby, R. K. Moore, A. K. Fung, “*Microwave Remote Sensing*”, cap. 11, Vol. III, Addison-Wesley Publishing Company
- [3]. Clapp R.E., 1946, “*A Theoretical and Experimental Study of Radar Ground Return*”, Report No. 1024, Radiation Laboratory, Massachusetts Institute of Technology.
- [4]. A.M.J. Huiser, H.P. Baltes, “*Electromagnetic scattering by perfectly conducting rough surfaces; facet model*”, Optics Communications, Volume 40, Issue 1, 1 December 1981, Pages 1-4
- [5]. G.Franceschetti, A.Iodice, M.Migliaccio, D.Riccio, “*Fractals and the Small Perturbation Scattering Model*”, *Radio Science*, vol.34, no.5, pp. 1043-1054, 1999.
- [6]. Catapano, I. , Crocco, L. ; Isernia, T. , “*Improved Sampling Methods for Shape Reconstruction of 3-D Buried Targets*”, *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on* **Vol.46**, Issue: 10, Pag. 3265 - 3273 , Oct. 2008
- [7]. I. Catapano, L. Crocco, T. Isernia, “*A Simple Two-Dimensional Inversion Technique for Imaging Homogeneous Targets In Stratified Media*”. *RADIO SCIENCE*, vol. 39, ISSN: 0048-6604, 2004
- [8]. Neil R. Peplinski, Fawwaz T. Ulaby, and Myron C. Dobson, “*Dielectric Properties of Soils in the 0.3-1.3-GHz Range*,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 33, n. 3, pp. 803-807, 1995

Analisi delle tipologie di frane di interesse: composizione, tipo di evoluzione temporale, geometria

3.4.2.A INTRODUZIONE

L'ambito applicativo del progetto è il monitoraggio dei fronti di frana. Il fenomeno delle frane è un fenomeno di natura molto complessa e variegata.

Oggetto di questa seconda parte di attività è stato, quindi, l'acquisizione, da parte dei ricercatori della unità, sia della terminologia che della tipologia delle possibili frane di interesse. Come tale, le attività sono state dedicate essenzialmente all'acquisizione di un linguaggio comune ed alla identificazione degli scenari di maggiore interesse del progetto e/o di maggiore utilità per il sensore di area ipotizzato.

Di seguito verranno riportati gli studi effettuati. In particolare sono descritti i materiali che prendono parte al movimento franoso ed è illustrata una possibile classificazione di frane in base al materiale coinvolto, alla geometria e all'evoluzione temporale.

3.4.2.B CLASSIFICAZIONE DEI FENOMENI FRANOSI

“I movimenti franosi sono dei movimenti di massa coinvolgenti rocce, detriti o terre, attraverso i quali si manifesta la tendenza, da parte di un corpo, al raggiungimento di un minimo di energia potenziale” [1]. Nonostante questa definizione, apparentemente semplice, di frana, i movimenti franosi sono fenomeni molto complessi, la cui classificazione risulta spesso controversa. Tuttavia, una suddivisione delle stesse si rende necessaria per la comprensione a pieno del problema che si affronta in questo progetto. I modelli per la diffusione elettromagnetica che permettono lo studio degli scenari di analisi dipendono, infatti, dalla tipologia di frana che si desidera osservare.

Una particolare attenzione è stata rivolta alla composizione, alla geometria e al tipo di evoluzione temporale delle stesse.

Generalmente nella classificazione dei movimenti franosi risulta determinante il *tipo di materiale* coinvolto, con riferimento alle condizioni vigenti in sito prima del movimento. Si distinguono tre classi principali:

- **roccia**: è un aggregato naturale di grani minerali legati solidamente tra di loro (cementati); un provino di roccia, dopo vari cicli di immersione in acqua, presenta ancora le caratteristiche fisico-meccaniche iniziali. In genere le rocce sono interessate da piani di *discontinuità* (piani di rottura o piani caratterizzati da resistenze inferiori) che influenzano profondamente il comportamento meccanico dell'intero ammasso roccioso;
- **terra**: è un *mezzo granulare multifase*, in quanto è costituito da particelle distinte di grani minerali in contatto tra loro (granelli); negli interstizi (pori) tra i grani può essere presente sia l'acqua che l'aria. Qualora vi sia presente solo acqua si ha la condizione di *terreno saturo*; invece, se è presente solo aria, si ha la condizione di *terreno asciutto*. Un provino di terreno immerso ripetutamente in acqua si disgrega e perde la sua forma iniziale;
- **detrito**: è anch'esso un aggregato naturale di grani minerali e può presentare diversi gradi di cementazione tra gli elementi della matrice; può essere costituito da materiale *prevalentemente grossolano (debris)*, in cui si hanno numerosi granuli (20-30%) con dimensioni maggiori dei 2 mm, oppure può essere costituito da materiale *prevalentemente fine (earth)*, in cui si hanno molte particelle (70-80%) di dimensioni minori dei 2 mm.

A questo punto, una classificazione può essere fatta basandosi sul *tipo di movimento* della massa mobilitata e sul *tipo di materiale interessato*. Si individuano, quindi, delle superfici di collasso di distacco o di scorrimento, che possono presentare andamento lineare, mistilineo, circolare o complesso, lungo le quali si è raggiunto il limite della resistenza a taglio esplicabile dal materiale in sito. Le classi individuate da Varnes [1] sono riportate nella seguente tabella (si veda [2] per ulteriori approfondimenti).

TIPO DI MOVIMENTO		TIPO DI MATERIALE		
		ROCCIA <i>(Bedrock)</i>	DETRITO <i>(Debris)</i>	TERRA <i>(Earth)</i>
Crolli <i>(Falls)</i>		<i>Rock Fall</i>	<i>Debris Fall</i>	<i>Earth Fall</i>
Ribaltamenti <i>(Topples)</i>		<i>Rock Topple</i>	<i>Debris Topple</i>	<i>Earth Topple</i>
Scivolamenti <i>(Slides)</i>	Rotazionale <i>(Rotational)</i>	<i>Rock Slump</i>	<i>Debris Slump</i>	<i>Earth Slump</i>
	Traslatoivo <i>(Translational)</i>	<i>Rock Slide</i>	<i>Debris Slide</i>	<i>Earth Slide</i>
Espansioni laterali <i>(Lateral Spreads)</i>		<i>Rock Spread</i>	<i>Debris Spread</i>	<i>Earth Spread</i>
Colamenti <i>(Flows)</i>		<i>Rock Flow</i>	<i>Debris Flow</i>	<i>Earth Flow</i>
Complessi <i>(Complex)</i>				

Tab. 1 Classificazione delle frane in base al tipo di movimento e di materiale coinvolto

Per quanto concerne l'evoluzione temporale (ovvero il fattore velocità), si fa riferimento alla scala di intensità dei fenomeni franosi, proposta da IUGS/WGL (1995) [3], basata sulla velocità del movimento ed associata ad una scala dei danni prodotti dalla frana, proposta da MORGENSTERN (1985) [4] e da CRUDEN & VARNES (1996) [5] illustrata nella seguente tabella.

Classe	Descrizione	Danni osservabili	Scala delle velocità	
1	Estremamente lento	Impercettibili senza strumenti di monitoraggio. Costruzione di edifici possibile con precauzioni.	16 mm/anno	$5 \cdot 10^{-10}$ m/s
2	Molto lento	Alcune strutture permanenti possono essere danneggiate dal movimento.	1.6 m/anno	$5 \cdot 10^{-8}$ m/s
3	Lento	Possibilità di intraprendere lavori di rinforzo durante il movimento. Le strutture meno danneggiabili possono essere mantenute con frequenti lavori di rinforzo se lo spostamento totale non è troppo grande durante una particolare fase di accelerazione.	13 m/mese	$5 \cdot 10^{-6}$ m/s
4	Moderato	Alcune strutture temporanee o poco danneggiabili possono essere mantenute.	1.8 m/h	$5 \cdot 10^{-4}$ m/s
5	Rapido	Evacuazione possibile. Distruzione di strutture, immobili ed installazioni permanenti.	3 m/min	$5 \cdot 10^{-2}$ m/s
6	Molto Rapido	Perdita di alcune vite umane. Velocità troppo elevata per permettere l'evacuazione delle persone.	5 m/s	5 m/s
7	Estremamente rapido	Catastrofe di eccezionale violenza. Edifici distrutti per l'impatto del materiale spostato. Molti morti. Fuga impossibile		

Tab. 2 Classificazione delle frane in base alla loro evoluzione temporale

3.4.2.C CONCLUSIONI

In questa Attività Elementare è stato presentato il contesto generale in cui si colloca l'argomento affrontato nel progetto. Sono state, perciò, classificate le frane in base alla natura dei movimenti e dei materiali coinvolti, ma anche in base al tempo di evoluzione, fattore determinante per la prevenzione. Un tale studio si è reso necessario sia per la comprensione a fondo del problema d'affrontare, sia per la scelta opportuna del modello fisico da usare, come riferimento, tra quelli elencati nella precedente Attività Elementare.

Riferimenti bibliografici

- [1]. Varnes D.J.(1978) "Slope movements, type and process" in *Landslides: Analysis and Control*-Transp. Board. Nat. Acad. of Sciences, Special report 17, 1978
- [2]. Maurizio Tanzini, "*Fenomeni franosi e opere di stabilizzazione*" (II edizione), Dario Flaccovio
- [3]. IUGS/WGL (1995), "*A suggested method for describing the rate of movement of a landslide*", IAEG Bull., 52, 75-78
- [4]. MORGENSTERN, N.R. (1985) – "*Geotechnical Aspect of Environmental Control*. In Proc.", 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands, Vol 1, pp. 155-185
- [5]. CRUDEN D. M., VARNES D. J. (1996) – "*Landslide types and processes*", in *Landslides, investigation and mitigation*, Special Report 247, (ed. A. K. Turner & R. L. Schuster), Transportation Research Board, National Research Council; National Academy Press, Washington, D.C.; pp. 36÷75

Sistema radar: requisiti e caratteristiche fondamentali

3.4.3.A INTRODUZIONE

Oggetto della terza Attività Elementare è stato lo studio sulle caratteristiche che deve avere il sensore di misura per consentire di raggiungere gli obiettivi proposti.

A tal proposito sono stati sviluppati simulatori numerici atti a calcolare i limiti e potenzialità.

In particolare, in seguito alle considerazioni fatte sulla profondità di penetrazione e sull'attenuazione della copertura vegetativa (quest'ultima effettuata da altri partner), si è analizzata la ampiezza di fascio al variare della frequenza e della dimensione dell'antenna. Inoltre è stata valutata l'ampiezza dell'area illuminata a terra al variare della frequenza e della distanza dell'antenna.

3.4.3.B SISTEMA RADAR: REQUISITI E CARATTERISTICHE FONDAMENTALI

Sulla base delle analisi condotte sulla profondità di penetrazione e dalle diverse riunioni di progetto che privilegiano la ricerca di una condizione operativa atta a monitorare le deformazioni (variazioni) superficiali del versante di frana, si è scelta una frequenza di lavoro circa pari a 2 GHz.

Fissata la frequenza, è parso allora opportuno ipotizzare degli scenari di collocamento del sensore radar, al fine di valutare la risoluzione ottenibile in termini di dimensione di una cella elementare nelle diverse condizioni operative. In particolare, si sono ipotizzati tre possibili scenari di collocazione dell'antenna radar (ovvero tre possibili distanze dal versante di frana) e tre possibili dimensioni dell'antenna radar (ovvero dimensioni di 1mX1m, 2mX2m, 3X3m). Utilizzando delle ben note relazioni tra dimensioni dell'antenna e risoluzione angolare ottenibile [1], si ottengono per le tre distanze considerate (R=30m, R=50m ed R=100m) i tre grafici mostrati nelle seguenti figure 2, 3 e 4. E' in ogni caso

semplice calcolare le risoluzioni ottenibili per una qualsiasi distanza tra antenna e scenario di riferimento moltiplicando la larghezza di fascio ottenuta, mostrata in figura 1 (convertita in gradi), per la distanza considerata.

Tali grafici, assieme al risultato riportato sulla minima deformazione ottenibile, possono dare un'idea di come scegliere nella maniera più opportuna i parametri del sistema radar in dipendenza del tipo di frana e di scenario che si vuole considerare. In tale scelta va in ogni caso considerata la necessità di non salire eccessivamente in frequenza onde evitare l'effetto della vegetazione, che può a sua volta intervenire in qualità di 'scatteratore volumetrico'

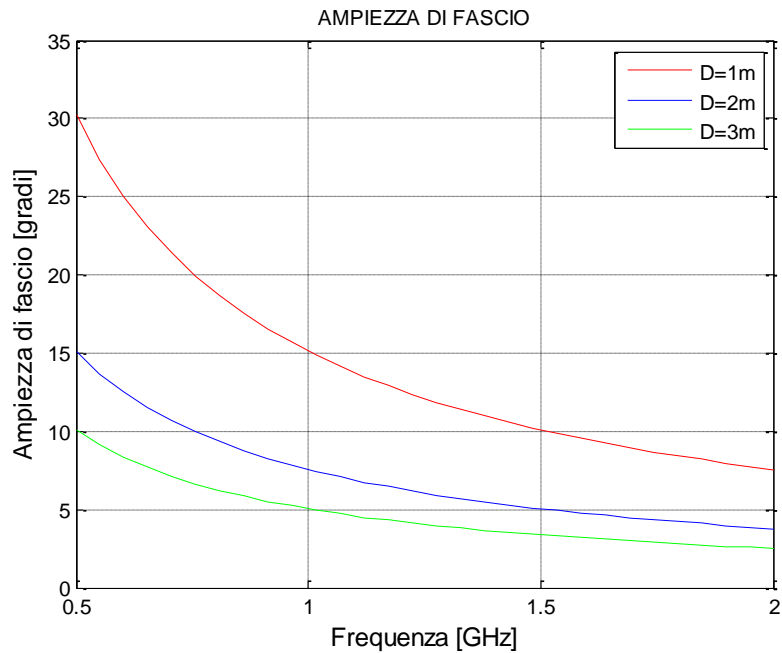


Fig. 1: Ampiezza di fascio al variare della frequenza nel range di frequenze di interesse

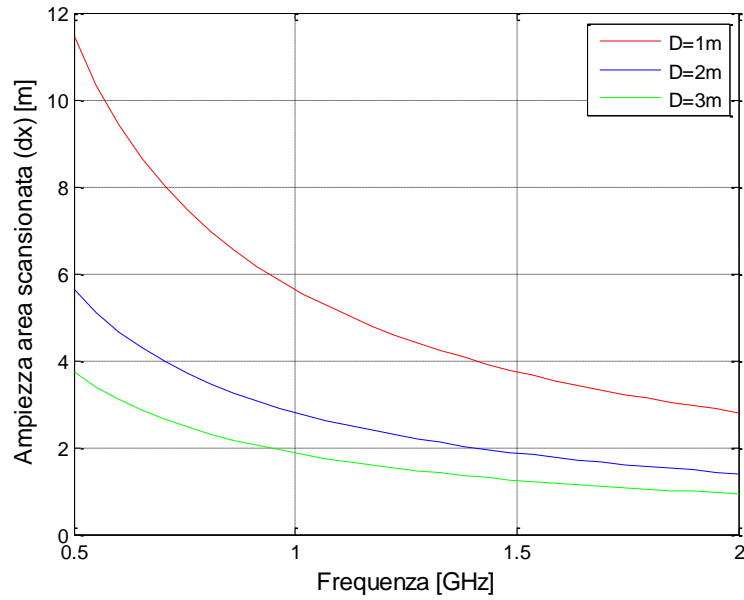


Fig. 2: Andamento dell'ampiezza dell'area scansionata al variare della frequenza a una distanza del radar di 30 metri da terra

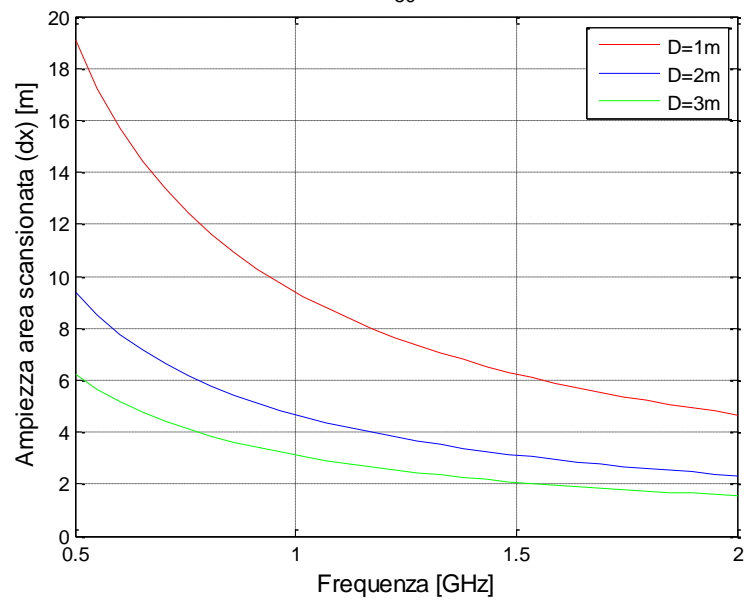


Fig. 3: Andamento dell'ampiezza dell'area scansionata al variare della frequenza a una distanza del radar di 50 metri da terra

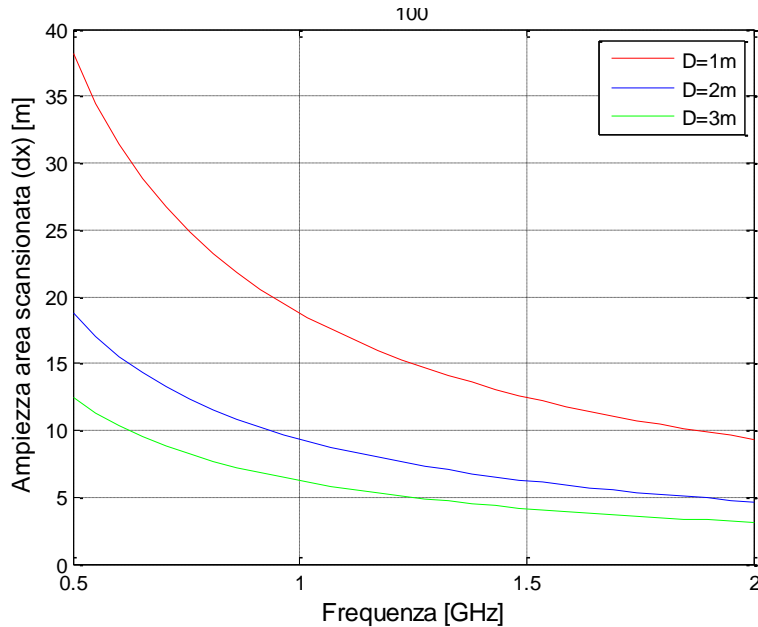


Fig. 4: Andamento dell'ampiezza dell'area scansionata al variare della frequenza a una distanza del radar di 100 metri da terra

3.4.3.C CONCLUSIONI


Il sensore di area per il monitoraggio continuo delle aree circostanti le grandi vie di comunicazione è un radar in banda P o in banda L, ovvero appartenenti ad un range di frequenze che va dai 250 MHz fino ai 2 GHz.

E' ritenuto opportuno ipotizzare degli scenari di collocamento del sensore radar, al fine di valutare la risoluzione ottenibile in termini di dimensione di una cella elementare nelle diverse condizioni operative.

I grafici riportati, assieme al risultato riportato sulla minima deformazione ottenibile, possono dare una idea di come scegliere nella maniera più opportuna i parametri del sistema radar in dipendenza del tipo di frana (e di scenario) che si vuole considerare. In tale scelta va in ogni caso considerata la necessità di non salire eccessivamente in frequenza onde evitare l'effetto della vegetazione, che può a sua volta intervenire in qualità di 'scatteratore volumetrico'. In ogni caso, la

casistica di scenari possibili illustrati sul sito del progetto sembra indicare che la maggior parte dei siti di interesse presenta una vegetazione costituita al più da arbusti, il che risulta molto più facilmente trattabile rispetto al caso di presenza contemporanea di tronchi e vegetazione.

Per tali motivazioni si è scelta come banda di lavoro la banda L.



Riferimenti bibliografici

Costantine A.Banalis, “Antenna Theory: Analysis and design”, John Wiley & Sons, 2005

Sviluppo di simulatori accurati: analisi di complessità e sensibilità (full-wave, nel caso bidimensionale; con i soli meccanismi fondamentali, nel caso tridimensionale) e realizzazione

3.4.4.A INTRODUZIONE

Le attività della presente AE sono volte alla trattazione del problema dello scattering diretto, ovvero a partire dalla conoscenza dell'andamento di una determinata superficie si vuole conoscere il campo elettromagnetico da esso diffuso.

L'approccio suggerito è innovativo rispetto alla letteratura esistente, in quanto il problema è affrontato in 'zona vicina', ovvero a poche decine di metri di distanza, a differenza dei tipici sensori di misura (ad esempio SAR [1,2,3]) posti a decine di chilometri. Seppur la zona vicina comporti pregi, quali ad esempio minor costo di installazione e manutenzione del sensore o minor errori di misura dovuti alla grande distanza [4], bisogna tenere in conto della maggior complessità del problema da affrontare. In zona lontana, infatti, si possono effettuare alcune approssimazioni che perdono validità in zona vicina, quali, ad esempio:

- elevate variazioni degli angoli di incidenza locali;
- disturbi dovuti a riflessioni multiple;
- curvatura del profilo non trascurabile.

Per tali motivi è stato necessario una modellizzazione della superficie da investigare. In particolare, i parametri fondamentali che caratterizzano una qualunque superficie sono la lunghezza di correlazione e la deviazione standard dell'altezza della superficie stessa. Per una superficie random la lunghezza di correlazione gioca lo stesso ruolo della dimensione fisica dell'antenna, in altre parole più grande è l , più liscia è la superficie e più direttivo è il pattern di irradiazione. Intuitivamente, più grande è la deviazione standard h dell'altezza della superficie, più rugosa sarà la superficie, più il pattern di irradiazione sarà isotropico [5]. Per prevedere il pattern di irradiazione di una superficie random è conveniente usare come misura del grado di rugosità la media quadratica della

pendenza della superficie, ovvero una quantità proporzionale al rapporto tra h e l . Più grande è tale rapporto più la superficie è rugosa.

Schematicamente possiamo immaginare di dividere le tipologie di superfici in tre classi fondamentali:

- superficie ondulata,
- superficie leggermente rugosa,
- superficie inclinata perturbata.

Nel caso di superficie ondulata, localmente questa potrebbe essere considerata come un piano inclinato. La scala di rugosità orizzontale, ovvero l , è più grande di λ , la lunghezza d'onda elettromagnetica, mentre la scala di rugosità verticale, ovvero h , è abbastanza piccola in modo che il raggio medio di curvatura è più grande di λ . Analiticamente le restrizioni sopra indicate si possono scrivere come:

$$kl > 6 \quad (1)$$

$$l^2 > 2.76h\lambda \quad (2)$$

dove k è il numero d'onda.

Bisogna osservare che h dovrebbe essere piccola rispetto alla lunghezza di correlazione, ma può essere comparabile o anche più grande di λ . Questo vuol dire che un grande valore di h può essere tollerato se la lunghezza di correlazione è grande abbastanza da garantire un accettabile raggio medio di curvatura. In tale condizioni, in cui quindi sia l che il raggio di curvatura sono più grandi della lunghezza d'onda, valgono le approssimazioni di Kirchhoff [6].

Nel caso di superficie leggermente rugosa, invece, sia la deviazione standard h che la lunghezza di correlazione l sono più piccole della lunghezza d'onda. La significativa differenza rispetto al primo caso è che la scala di rugosità orizzontale kl può essere minore di 6. Questo vuol dire che la superficie può variare entro la distanza di una lunghezza d'onda e, quindi, non è localmente piatta. In aggiunta è richiesto che la pendenza media della superficie h/l sia dello stesso ordine di grandezza del prodotto kh , ovvero le restrizioni sono:

$$kh < 0.3 \quad (3)$$

$$\sqrt{2}h/l < 0.3 \quad (4)$$

Queste condizioni devono essere prese come delle linee guida. In questo caso in letteratura si utilizza il metodo della piccole perturbazioni [7].

Nel caso di piano inclinato perturbato sono inclusi entrambi i gradi di rugosità visti nelle tipologie precedenti. Alcune superfici potrebbero avere una distribuzione continua di rugosità e analiticamente non esistono strumenti di analisi semplici. Tuttavia, per superfici che possono essere modellizzate con solo due scale di rugosità, una grande e l'altra piccola rispetto alla lunghezza d'onda, è possibile fare una semplice analisi. Intuitivamente, lo scattering da superficie è dominato dalla scala di rugosità grande per piccoli valori di angolo di incidenza, e dalla scala di rugosità piccola, che è inclinata in accordo con la distribuzione di pendenza della scala grande di rugosità della superficie, per grandi valori dell'angolo di incidenza. Quindi, in prossimità di una incidenza verticale può essere usato il modello di Kirchhoff con un coefficiente di riflessione di Fresnel modificato.

Come è possibile, inoltre, osservare da quanto affermato nella AE 3.4.1, la superficie ondulata è una 'base' per la modellizzazione di una superficie stessa, mentre il grado di rugosità può essere considerato in un secondo momento moltiplicando il coefficiente di riflessione per il termine cosinusoidale.

Nel seguito verrà, quindi, descritto lo studio analitico effettuato per calcolare lo scattering da superficie ondulata. Il grado di rugosità è stato inserito solo dopo aver effettuato tale studio analitico per maggiore accuratezza di analisi.

3.4.4.B SCATTERING DA SUPERFICIE ONDULATA: STUDIO ANALITICO

La superficie presa in considerazione ha dolci ondulazioni la cui dimensione orizzontale media è grande rispetto alla lunghezza d'onda. E' bene osservare che questa situazione è del tutto generale in quanto nel caso di scenari rugosi si può sempre pensare di unire il modello a faccette, per θ prossimo allo zero, con quello di superficie rugosa, per angoli di incidenza più grandi, con aggiunta di un termine cosinusoidale come previsto nei modelli di Clapp.

Il campo totale in ogni punto della superficie può essere calcolato come se l'onda stesse incidendo su un piano infinitamente esteso e tangente al punto stesso. Questa è l'assunzione base del metodo di Kirchhoff. La formulazione matematica di tale metodo deriva dal secondo teorema di Green [8], che afferma che il campo scatterato da ogni punto dentro una regione priva di sorgenti, limitata da una superficie chiusa, può essere espresso in termini del campo tangente alla superficie stessa. L'espressione matematica formulata da Stratton e Chu e modificata da Silver nel caso di zona lontana è [9] la seguente:

$$\mathbf{E}_s = K \widehat{\mathbf{n}}_s \times \int [\widehat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} - \eta_s \widehat{\mathbf{n}}_s \times (\widehat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H})] e^{jk_s \mathbf{r} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_s} dS \quad (5)$$

dove il fattore $e^{j\omega t}$ è trascurato, l'integrale è esteso a tutta la superficie illuminata e:

$$K = \frac{-jk_s e^{jk_s R_0}}{4\pi\sqrt{R_0}}$$

$\widehat{\mathbf{n}}_s$ è il versore che individua la direzione di scattering o di osservazione,

$\widehat{\mathbf{n}}$ è il versore normale all'interfaccia dentro il mezzo in cui si sta considerando lo scattering,

\mathbf{r} è il vettore che scandisce i punti sulla superficie di separazione,

η_s è impedenza caratteristica del mezzo in cui \mathbf{E}_s è valutato,

k_s è il numero d'onda del mezzo in cui \mathbf{E}_s è valutato,

R_0 è la distanza del punto di osservazione dal centro dell'aria illuminata,

\mathbf{E} e \mathbf{H} sono rispettivamente il campo totale elettrico e magnetico sull'interfaccia.

A partire dall'espressione (5) si è cercato di ricavare una formulazione esatta del campo elettromagnetico scatterato in caso di superficie con geometria bidimensionale, senza ricorrere ad approssimazioni aggiuntive, ed in seguito di adattarla allo scenario di interesse. Analizzare il campo scatterato nel caso bidimensionale, dove le quantità sono scalari e, quindi, più semplici da gestire, è indispensabile per una migliore comprensione del modello tridimensionale, dove tutte le quantità elettromagnetiche sono vettoriali. Si consideri, perciò, uno scenario di riferimento bidimensionale, come quello rappresentato in figura 1.

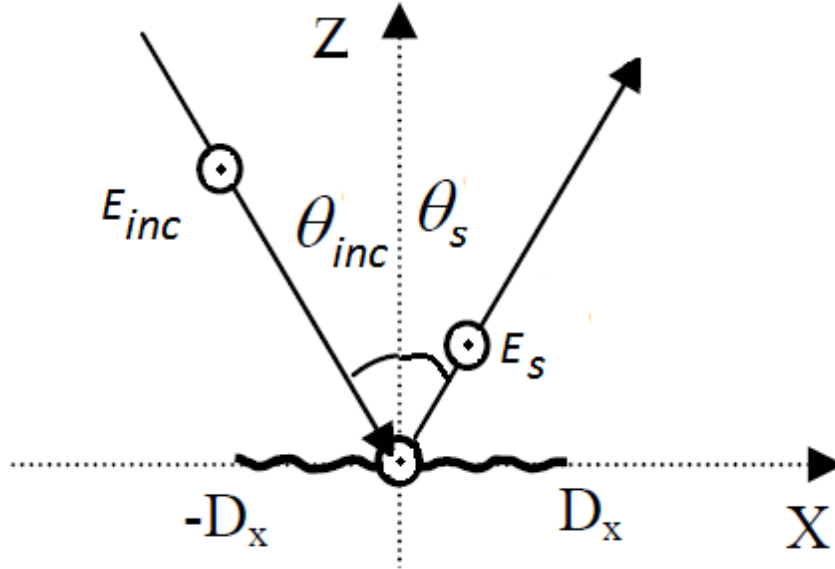


Fig. 1: Scenario di riferimento bidimensionale

Si consideri come campo elettrico incidente un'onda piana polarizzata TE di ampiezza E_0 , ovvero:

$$\mathbf{E}_{inc} = E_0 \exp(-jk_1 \hat{\mathbf{n}}_i \cdot \mathbf{r}) \hat{\mathbf{t}}_y = E_{inc} \hat{\mathbf{t}}_y \quad (6)$$

Per calcolare il campo scatterato è necessario conoscere il campo totale elettrico e magnetico sull'interfaccia e calcolarne le componenti tangenziali, ovvero:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} &= (n_x \hat{\mathbf{t}}_x + n_z \hat{\mathbf{t}}_z) \times (E_{inc} + E_r) \hat{\mathbf{t}}_y = (E_{inc} + E_r) (-n_x \hat{\mathbf{t}}_z + n_z \hat{\mathbf{t}}_x) \\ &= (1 + R_{perp}) E_{inc} (-n_x \hat{\mathbf{t}}_z + n_z \hat{\mathbf{t}}_x) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H} &= \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_{inc} + \mathbf{H}_r) = \hat{\mathbf{n}} \times (\hat{\mathbf{n}}_i \times \mathbf{E}_{inc} + \hat{\mathbf{n}}_r \times \mathbf{E}_r) \frac{1}{\eta_1} \\ &= \hat{\mathbf{n}} \times (\hat{\mathbf{n}}_i \times \mathbf{E}_{inc} + \hat{\mathbf{n}}_r \times \mathbf{E}_{inc} R_{perp}) \frac{1}{\eta_1} \end{aligned}$$

$$= -(\widehat{\mathbf{n}} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp}) \frac{\mathbf{E}_{inc}}{\eta_1} \quad (8)$$

dove R_{perp} è il coefficiente di riflessione di Fresnel [10].

Rielaborando il secondo addendo dell'integrale in formula (5) si ottiene:

$$\begin{aligned} -\eta_1 \widehat{\mathbf{n}}_s \times (\widehat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}) &= \widehat{\mathbf{n}}_s \times (\widehat{\mathbf{n}} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp}) E_{inc} \widehat{\mathbf{t}}_y \\ &= (\widehat{\mathbf{n}} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp}) E_{inc} \widehat{\mathbf{n}}_s \times \widehat{\mathbf{t}}_y \\ &= (\widehat{\mathbf{n}} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp}) E_{inc} (-n_{sx} \widehat{\mathbf{t}}_z + n_{sz} \widehat{\mathbf{t}}_x) \end{aligned} \quad (9)$$

L'integrando in complessivo, momentaneamente a meno dell'esponenziale per semplicità di analisi, sarà:

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} - \eta_s \widehat{\mathbf{n}}_s \times (\widehat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}) &= \\ = (1 + R_{perp}) E_{inc} (-n_x \widehat{\mathbf{t}}_z + n_z \widehat{\mathbf{t}}_x) + (\widehat{\mathbf{n}} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp}) E_{inc} (-n_{sx} \widehat{\mathbf{t}}_z + n_{sz} \widehat{\mathbf{t}}_x) \\ &= E_{inc} (A \widehat{\mathbf{t}}_z + B \widehat{\mathbf{t}}_x) \end{aligned} \quad (10)$$

con

$$A = (1 + R_{perp})(-n_x) + (\widehat{\mathbf{n}} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp})(-n_{sx}) \quad (11)$$

$$B = (1 + R_{perp})(n_z) + (\widehat{\mathbf{n}} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp})(n_{sz}) \quad (12)$$

Sostituendo questi sviluppi nella formula (5) si ottiene:

$$\mathbf{E}_s = K \widehat{\mathbf{n}}_s \times \int [E_{inc} (A \widehat{\mathbf{t}}_z + B \widehat{\mathbf{t}}_x)] e^{jk_1 \mathbf{r} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_s} dS \quad (13)$$

Esplicitando l'ultimo prodotto vettoriale ancora presente si ottiene:

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{n}}_s \times [E_{inc} (A \widehat{\mathbf{t}}_z + B \widehat{\mathbf{t}}_x)] &= E_{inc} (n_{sx} \widehat{\mathbf{t}}_x + n_{sz} \widehat{\mathbf{t}}_z) \times (A \widehat{\mathbf{t}}_z + B \widehat{\mathbf{t}}_x) = \\ &= E_{inc} (A n_{sx} - B n_{sz}) \widehat{\mathbf{t}}_y \end{aligned} \quad (14)$$

Dopo questo ultimo prodotto si riesce ad ottenere una espressione scalare del campo scatterato, infatti come ci si aspettava [10] il campo diffuso avrà la stessa direzione del campo incidente. Infine:

$$\begin{aligned}
 E_s &= K \int [E_{inc}(A n_{sx} - B n_{sz})] e^{jk_1 \mathbf{r} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_s} dS \\
 &= K E_0 \int [(A n_{sx} - B n_{sz})] e^{jk_1 \mathbf{r} \cdot (\widehat{\mathbf{n}}_s - \widehat{\mathbf{n}}_i)} dS
 \end{aligned} \tag{15}$$

Questa ultima espressione va adattata considerando il nostro scenario di interesse. Il campo, infatti, è valutato in zona lontana rispetto alla sorgente, ma non rispetto al dominio di indagine; quindi, per ogni punto sulla superficie esiste un angolo di incidenza locale, ovvero $\widehat{\mathbf{n}}_i$ locale, e un angolo di scattering locale, ovvero $\widehat{\mathbf{n}}_s$ locale. Inoltre il termine propagativo di onda cilindrica viene così approssimato:

$$\frac{e^{jk|r-r'|}}{\sqrt{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}} \cong \frac{e^{jk|r|} e^{-jk\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}}{\sqrt{|r| - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}} \tag{16}$$

La distanza R_0 dal punto di osservazione alla superficie non è considerata costante su tutta la superficie, ma viene ricalcolata per ogni punto sorgente che si considera sulla superficie, perché il campo non è valutato in zona lontano rispetto ad essa.

L'espressione finale subisce, quindi, delle modifiche in relazione a quanto detto sopra e, tenendo in considerazione che manca il contributo in fase di andata dell'onda incidente, ovvero il cammino percorso dall'onda dal trasmettitore alla superficie, che è preso in considerazione tramite K_{inc} , infine si ottiene:

$$E_s = K K_{inc} E_0 \int [(A n_{sx} - B n_{sz})] \frac{e^{jk_1 \mathbf{r} \cdot (\widehat{\mathbf{n}}_s - \widehat{\mathbf{n}}_i)}}{\sqrt{R - \widehat{\mathbf{n}}_s \cdot \mathbf{r}}} dS \tag{17}$$

dove:

$$K = \frac{-jk_1 e^{jk_s R_0}}{4\pi}$$

$$K_{inc} = jk_1 e^{jk_1 \widehat{\mathbf{n}}_i \cdot \mathbf{r}_{tx}}$$

r_{tx} è il vettore che individua la posizione del trasmettitore e R è il modulo del vettore che individua il punto di osservazione. In K_{inc} , il contributo attenuativo di andata non è considerato perché il campo incidente è un'onda piana. Nel caso in cui si considera come campo incidente il campo irradiato da un array di antenne si deve, infatti, considerare un termine aggiuntivo al denominatore del tipo $\sqrt{|r_{tx} - r|}$, e bisogna introdurre nella formula finale il corrispondente fattore di array h . Concludendo si ha la seguente espressione in generale:

$$E_s = K K_{inc} E_0 \int [(A n_{sx} - B n_{sz})] \frac{e^{jk_1 r \cdot (\hat{n}_s - \hat{n}_i)}}{\sqrt{R - \hat{n}_s \cdot r} \sqrt{|r_{tx} - r|}} h dS \quad (18)$$

3.4.4.C VALIDITÀ DELLO STUDIO ANALITICO

I precedenti calcoli hanno condotto allo sviluppo di una espressione matematica che consente di calcolare il campo scatterato da una superficie ondulata bidimensionale come sovrapposizione dei campi scatterati da ogni singolo punto sulla superficie. Inoltre, localmente la superficie è stata approssimata con un piano tangente e il campo scatterato da ogni singolo punto è stato valutato come il campo scatterato da un piano infinitamente esteso.

Per dare legittimità all'analisi svolta si è considerato inizialmente il caso limite di superficie piana e di onda piana incidente. La configurazione trasmettitore-ricevitore (TX/RX) è monostatica [11]. Lo scenario di riferimento è mostrato in figura:

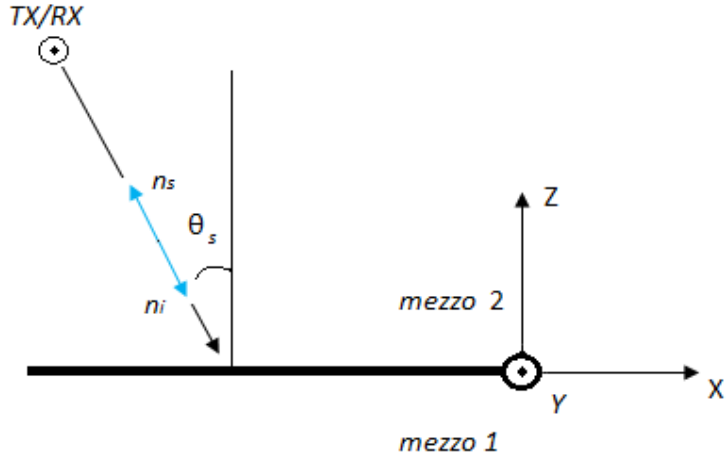


Fig. 2: Caso limite di superficie piatta e onda piana incidente in configurazione mostatica

In tale scenario si hanno le seguenti semplificazioni:

$$\begin{aligned}\theta_n &= 0 \\ \hat{\mathbf{n}} &= \hat{\mathbf{t}}_z \\ \hat{\mathbf{n}}_i &= -\hat{\mathbf{n}}_s \\ \theta_i &= \theta_s\end{aligned}$$

Il contributo A nella formula (18) sarà perciò pari a:

$$\begin{aligned}A &= (1 + R_{perp})(-n_x) + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp})(-n_{sx}) \\ &= -\cos \theta_s (1 - R_{perp}) \sin \theta_s\end{aligned}\quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{n}}_s \times A \hat{\mathbf{t}}_z = \frac{(1 - R_{perp})}{2} \sin 2\theta_s \sin \theta_s \hat{\mathbf{t}}_y \quad (20)$$

Il contributo B invece:

$$\begin{aligned}B &= (1 + R_{perp})(n_z) + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp})(n_{sz}) \\ &= (1 + R_{perp}) + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp}) \cos \theta_s\end{aligned}\quad (21)$$

$$\widehat{\mathbf{n}}_s \times B \widehat{\mathbf{i}}_x = -\left[(1 + R_{perp}) - \cos \theta_s^2 (1 - R_{perp})\right] \cos \theta_s \widehat{\mathbf{i}}_y \quad (22)$$

Se in particolare si considera che i due mezzi divisi dalla superficie di separazione (mezzo 1 e mezzo 2) hanno le stesse caratteristiche elettromagnetiche, allora $R_{perp} = 0$ e perciò sostituendo nelle formule precedenti si ottiene:

$$\widehat{\mathbf{n}}_s \times B \widehat{\mathbf{i}}_x = -\widehat{\mathbf{n}}_s \times A \widehat{\mathbf{i}}_z \quad (23)$$

e, quindi, il campo scatterato E_s è nullo, come ci si aspettava visto che non c'è discontinuità tra i due mezzi.

Nel caso generale in cui i due mezzi presentano caratteristiche elettromagnetiche diverse, la somma dei singoli contributi è stavolta diversa da zero e pari a:

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{n}}_s \times B \widehat{\mathbf{i}}_x + \widehat{\mathbf{n}}_s \times A \widehat{\mathbf{i}}_z &= -2 R_{perp} (\sin \theta_s^2 \cos \theta_s + \cos \theta_s^3) \widehat{\mathbf{i}}_y \\ &= -2 R_{perp} \cos \theta_s \widehat{\mathbf{i}}_y \end{aligned} \quad (24)$$

Nell'ipotesi che $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ e considerato che $0^\circ \leq \theta_s < 90^\circ$ il coefficiente di riflessione sarà negativo e il coseno avrà un andamento decrescente. Allora l'andamento del modulo del campo dei singoli punti sulle superficie sarà monotono decrescente. Fisicamente questo andamento trova giustificazione nel fatto che, ponendo il trasmettitore ed il ricevitore all'inizio dello scenario, i punti più lontani dal TX/RX sono punti non speculari e, quindi, il loro contributo è ridotto rispetto ai punti più vicini e speculari.

Come ulteriore caso si è considerato quello il cui il mezzo 2 è un conduttore elettrico perfetto. In questo caso $R_{perp} = -1$ e le espressioni dei contributi A e B sono le seguenti:

$$\widehat{\mathbf{n}}_s \times A \widehat{\mathbf{i}}_z = \sin 2\theta_s \sin \theta_s \widehat{\mathbf{i}}_y \quad (25)$$

$$\widehat{\mathbf{n}}_s \times B \widehat{\mathbf{i}}_x = 2 \cos \theta_s^3 \widehat{\mathbf{i}}_y \quad (26)$$

In complessivo si ha:

$$\begin{aligned}\widehat{\mathbf{n}}_s \times B \widehat{\mathbf{i}}_x + \widehat{\mathbf{n}}_s \times A \widehat{\mathbf{i}}_z &= (2 \cos \theta_s^3 + \sin 2\theta_s \sin \theta_s) \widehat{\mathbf{i}}_y \\ &= (2 \cos \theta_s^3 + 2 \cos \theta_s \sin \theta_s^2) \widehat{\mathbf{i}}_y = 2 \cos \theta_s \widehat{\mathbf{i}}_y\end{aligned}\quad (27)$$

Il punto in cui si osserva il massimo è il punto speculare e in corrispondenza di questo si osserva un raddoppio del campo, così come ci si aspettava nel caso di un CEP [12]. Infatti, come ad esempio nello studio dello scattering da una striscia metallica, si valuta il campo diffuso tramite valutazione asintotica, ovvero tramite valutazione nei soli punti stazionari che coincidono proprio con i punti speculari.

Questi ragionamenti possono essere generalizzati al caso in cui la configurazione è bistatica [7]. In tal caso lo scenario diventa il seguente:

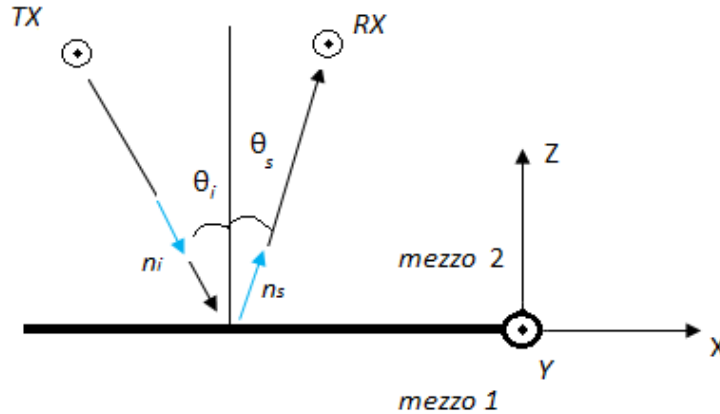


Fig.3: Caso limite di superficie piatta e onda piana incidente in configurazione bistatica

In questo caso, come si osserva in figura:

$$\begin{aligned}\theta_n &= 0 \\ \widehat{\mathbf{n}} &= \widehat{\mathbf{i}}_z \\ \widehat{\mathbf{n}}_i &\neq -\widehat{\mathbf{n}}_s \\ \theta_i &\neq \theta_s\end{aligned}$$

Perciò:

$$\begin{aligned}A &= (1 + R_{perp})(-n_x) + (\widehat{\mathbf{n}} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp})(-n_{sx}) \\ &= -\cos \theta_i (1 - R_{perp})(-n_{sx})\end{aligned}\quad (28)$$

$$\begin{aligned}
B &= (1 + R_{perp})(n_z) + (\widehat{\mathbf{n}} \cdot \widehat{\mathbf{n}}_i)(1 - R_{perp})(n_{sz}) \\
&= (1 + R_{perp}) - \cos \theta_i (1 - R_{perp}) \cos \theta_s
\end{aligned} \tag{29}$$

Da cui:

$$\begin{aligned}
&\widehat{\mathbf{n}}_s \times B \widehat{\mathbf{i}}_x + \widehat{\mathbf{n}}_s \times A \widehat{\mathbf{i}}_z \\
&= [\cos \theta_i (1 - R_{perp}) - \cos \theta_s (1 + R_{perp})]
\end{aligned} \tag{30}$$

Se si torna in configurazione monostatica, ovvero $\theta_i = \theta_s$, si ricade esattamente nelle formule precedenti.

Tale studio afferma la validità dello sviluppo analitico precedentemente illustrato.

3.4.4.D MECCANISMI FONDAMENTALI PER IL CASO 3D

L'approccio proposto precedentemente, e descritto per il caso di geometria 2D, può essere esteso al caso di geometria 3D.

In particolare, è possibile riscrivere un approccio equivalente in termini di tensione a vuoto [13] attraverso la seguente espressione:

$$\begin{aligned}
V_{oc}^P(\theta_p) &= \int_{surface} V_{oc_loc}^P(\theta_a, \theta_p) d\theta_a = \\
&= \int_{surface} \mathbf{E}_{s_loc}^P(\theta_a) \mathbf{h}_{rx}^P(\theta_a, \theta_p) d\theta_a = \\
&= \int_{surface} \frac{e^{-j2k\bar{R}(\theta_a)}}{\bar{R}(\theta_a)^2} \mathbf{h}_R^P(\theta_a, \theta_p) \gamma^P(\theta_a) \mathbf{h}_T^P(\theta_a, \theta_p) d\theta_a =
\end{aligned}$$

$$= \int_{surface} A^P(\theta_a, \theta_p) \gamma^P(\theta_a) d\theta_a \quad (31)$$

dove:

- $V_{oc_loc}^P$ è la tensione a vuoto indotta da $E_{s_loc}^P$;
- h_R^P è il fattore di array in trasmissione;
- h_T^P è il fattore di array in ricezione;
- $\theta_a = (\vartheta_a, \varphi_a)$ corrispondono alle coordinate polari dei punti sulla superficie;
- $\theta_p = (\vartheta_p, \varphi_p)$ corrispondono alle coordinate polari dei punti di osservazione del sensore di misura;
- p è un apice che identifica il canale di polarizzazione.

Infatti, per il caso di geometrie tridimensionali, possono essere considerati quattro tipi di canali di trasmissione-ricezione [14].

È da notare che per i quattro diversi 'canali di polarizzazione' viene definita una differente funzione di riflettività. Tuttavia l'elaborazione del segnale, necessaria ad ottenere una deformazione incognita, restituisce lo stesso risultato.

Lungi da essere un problema, tale circostanza è sfruttata al fine di migliorare la precisione nella ricostruzione della deformazione, e/o evitare possibili ambiguità nel momento dello srotolamento della fase.

3.4.4.E CONCLUSIONI

Durante l'AE 3.4.4 è stato affrontato il problema di scattering diretto nel caso di superficie ondulata. In questo particolare caso è stato possibile utilizzare le approssimazioni di Kirchhoff, ovvero approssimare la superficie di interesse punto per punto con il piano tangente ad essa in quel punto.

E' stata ricavata un'espressione innovativa in forma chiusa del campo scatterato da tale superficie considerando una geometria bidimensionale, considerando di essere in zona vicina rispetto allo scenario. È stata, quindi, condotta un'analisi della validità dello sviluppo in maniera analitica. In particolare, per dare legittimità all'espressione proposta, sono stati considerati alcuni casi

limite di cui il risultato è noto in letteratura come, ad esempio, il caso di campo scatterato da una superficie piatta e onda piana incidente, o il campo scatterato da un conduttore elettrico perfetto. Le verifiche effettuate convalidano il modello descritto. Ultima fase dell'AE è stata dedicata allo sviluppo di un approccio equivalente dedicato al caso di geometrie tridimensionali.

Riferimenti bibliografici

- [1]. Fornaro, G. Franceschetti, R. Lanari, S. Perna, E. Sansosti, “*Esperimenti di interferometria differenziale SAR da aereo*”, XV Riunione Nazionale di Elettromagnetismo, 2004 Cagliari.
- [2]. B. Crippa, M. Crosetto, E. Biescas, C. Paleari, “*Interferometria SAR Differenziale per il Rilevamento di Deformazioni*”, 9^a Conferenza Nazionale ASITA Federazione italiana delle Associazioni Scientifiche per le Informazioni Territoriali e Ambientali 15 -18 novembre 2005, Catania .
- [3]. G. Franceschetti, R. Lanari: “*Synthetic Aperture Radar Processing*”, CRC Press, 1999.
- [4]. Massonnet, D. & Feigl, K. “*Radar interferometry and its application to changes in the Earth's surface*”.Rev. Geophys. 36, 441±500 (1998).
- [5]. F. T. Ulaby, R. K. Moore, A. K. Fung, “*Microwave Remote Sensing*”, cap. 12, Vol. III, Addison-Wesley Publishing Company.
- [6]. Franceschetti, G. Iodice, A. ; Migliaccio, M. ; Riccio, D. “*A Kirchhoff scattering model for fBm surfaces*”, Antennas and Propagation Society International Symposium, 1999,pp 518-521, vol.1.
- [7]. Ulaby, F. T., Elachi, C. “*Radar polarimetry for Geoscience Applications*”. Artech House, Norwood, MA, USA, 1990.
- [8]. G. Franceschetti, “*Electromagnetics*”, Plenum, New York, 1997.
- [9]. F. T. Ulaby, R. K. Moore, A. K. Fung, “*Microwave Remote Sensing*”, cap. 12, Vol. III, Appendix 12J, Addison-Wesley Publishing Company.
- [10]. Giorgio Franceschetti, “*Campi Elettromagnetici*”, Boringhieri.
- [11]. D.Daniels, “*Surface-Penetrating radar*”, Institute of Electrical and Electronics Enginee, 1996.

- [12]. H. L. Bertoni, "*Radio Propagation for Modern Wireless Systems*", Prentice Hall 2000.
- [13]. C. Balanis, "Antenna Theory: analysis and design", Wiley, ISBN: 978-0-471-66782-7, April 2005
- [14]. Boerner, W-M., H. Mott, E. Lüneburg, C. Livingston, B. Brisco, R. J. Brown and J. S. Paterson with contributions by S.R. Cloude, E. Krogager, J.S. Lee, D.L. Schuler, J. J. van Zyl, D. Randall P. Budkewitsch and E. Pottier, 1998, "Polarimetry in Radar Remote Sensing: Basic and Applied Concepts", Chapter 5 (pp. 271-357, + 12 image plates) in F.M. Henderson, and A.J. Lewis, (eds.), Principles and Applications of Imaging Radar, vol. 2 of Manual of Remote Sensing, (ed. R.A. Reyerson), Third Edition, John Willey & Sons, New York, 940 p, ISBN: 0-471-29406-3.

Sviluppo e validazione di modelli approssimati per la soluzione del problema diretto della diffusione elettromagnetica

3.4.5.A INTRODUZIONE

Nella presente AE è stato realizzato un simulatore numerico basato sullo studio analitico precedentemente illustrato.

Il simulatore, note le collocazioni del trasmettitore e del ricevitore, la geometria di interesse e, quindi, l'andamento della superficie e le caratteristiche elettromagnetiche della discontinuità, è in grado di calcolare il campo scatterato dallo scenario, ed in particolare il contributo di retrodiffusione.

Di seguito verranno illustrati alcuni risultati di tale simulatore. In particolare, saranno dapprima elencate le prove di validazione del simulatore e, solo successivamente, i risultati ottenuti considerando alcune superfici contenenti deformazioni assimilabili a modifiche del terreno dovute ad un inizio di un movimento franoso.

3.4.5.B REALIZZAZIONE DI UN SIMULATORE NUMERICO E VALIDAZIONE DELLO STESSO

Sulla base dello studio analitico descritto nell'AE precedente e dell'espressione del campo scatterato da una superficie, è stato realizzato un simulatore numerico che, note le collocazioni del trasmettitore e del ricevitore, la geometria di interesse e, quindi, l'andamento della superficie e le caratteristiche elettromagnetiche della discontinuità, è in grado di calcolare il campo scatterato da tale scenario. Le prove effettuate per la validazione sono quelle effettuate anche analiticamente e riportate nella precedente AE.

La prima prova è stata condotta su una superficie piatta senza discontinuità, di ampiezza pari a 10m, con TX/RX in configurazione monostatica e posizionati in $x=1m$, ad altezza di 50m. Inizialmente è stato considerato come campo incidente un'onda piana. Nel caso in cui tra i due mezzi non esiste una discontinuità

elettromagnetica, il campo risulta essere nullo, così come già visto analiticamente, visto che:

$$\widehat{\mathbf{n}}_s \times B \widehat{\mathbf{t}}_x = -\widehat{\mathbf{n}}_s \times A \widehat{\mathbf{t}}_z \quad (1)$$

Nel caso in cui tra i due mezzi esiste una discontinuità elettromagnetica, in particolare il mezzo 1 è il vuoto e il mezzo 2 è senza perdite e con $\varepsilon_2 = 3$, l'andamento dei contributi locali del campo, ovvero dovuti ad ogni singolo punto sulla superficie, è monotono decrescente, come mostrato in figura 1, in accordo con la formula precedentemente vista. I punti all'estremo della superficie non sono stati considerati ai fini del calcolo del campo totale in modo da evitare fenomeni di diffrazione da spigolo.

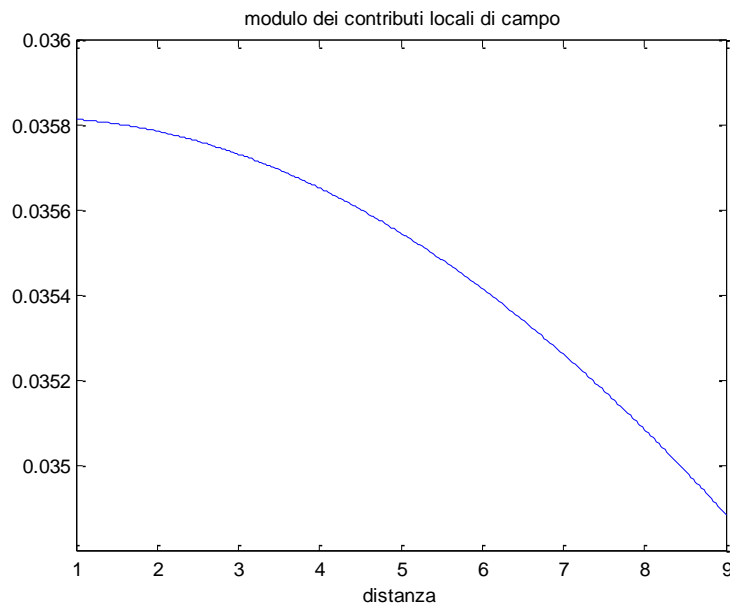


Fig. 1: Andamento del modulo dei singoli contributi di campo nel caso di configurazione monostatica

Per quanto riguarda la fase srotolata dei contributi locali di campo, in figura 2 è illustrato il suo andamento.

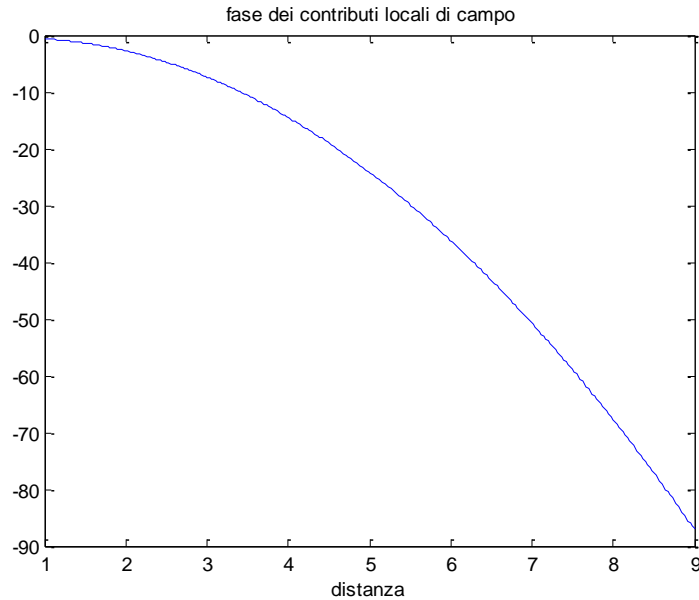


Fig. 2: Andamento della fase dei singoli contributi di campo nel caso di configurazione monostatica

Fisicamente il risultato illustrato in figura 2 è plausibile. Infatti, più il vettore r si sposta verso destra fino a scandire i punti più estremi sulla superficie, più la distanza percorsa dall'onda aumenta e la fase in modulo cresce.

Nel caso in cui TX/RX sono in configurazione bistatica, la prova al simulatore conferma l'andamento decrescente atteso sia per il modulo che per la fase dei contributi locali di campo. Si ha infatti:

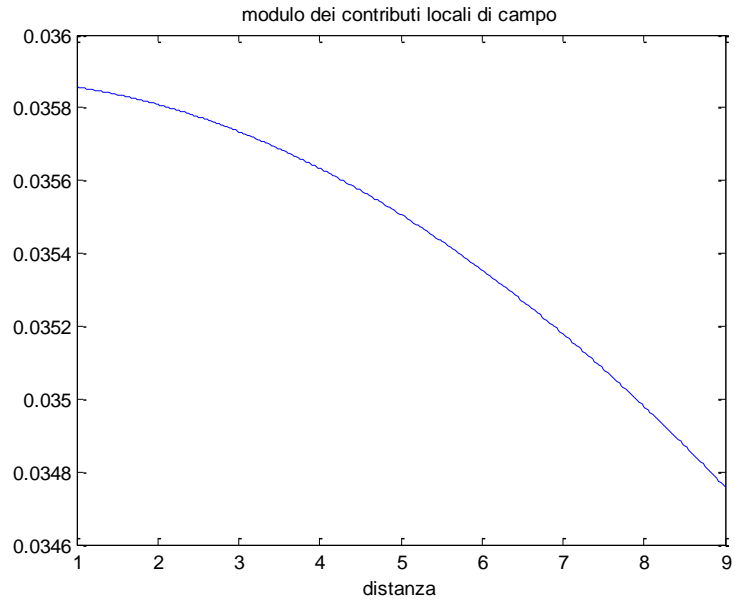


Fig. 3: Andamento del modulo dei singoli contributi di campo nel caso di configurazione bistatica

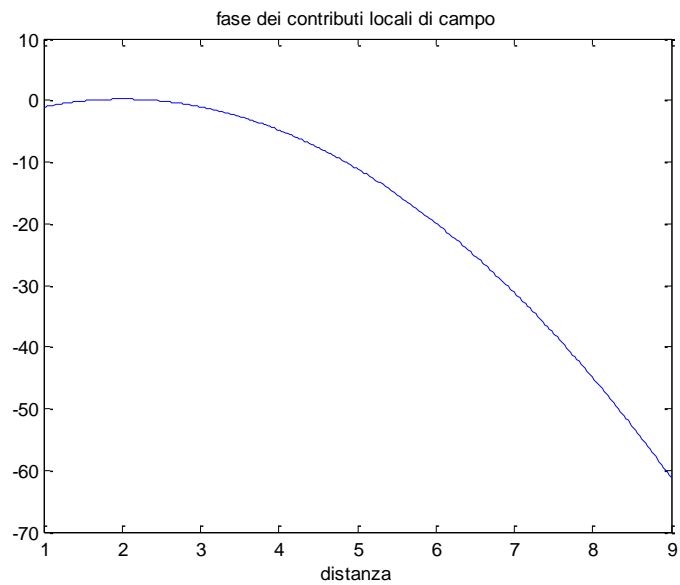


Fig. 4: Andamento della fase dei singoli contributi di campo nel caso di configurazione bistatica

L'andamento della fase non è però subito decrescente. Infatti, essendo TX e RX diversi e posizionati in questa prova rispettivamente a 1 e 5 metri ad un' altezza di 50 metri, si osserva un iniziale andamento crescente dovuto all'esistenza di un cammino di andata e ritorno di minima lunghezza.

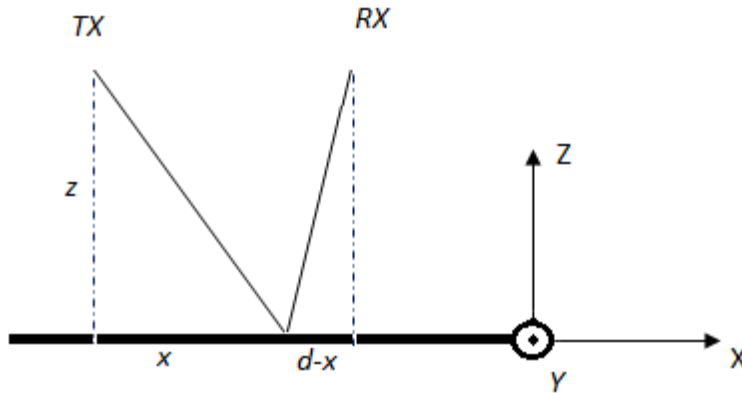


Fig. 5: Scenario di riferimento nel caso di configurazione bistatica

La distanza percorsa dall'onda sarà la somma del cammino di andata, dal TX alla superficie, e quello di ritorno, dalla superficie al RX. La somma di questi due cammini sarà minima nell'intorno di $x=2$. Infatti indicando con $f(x)$ il percorso totale, si ottiene:

$$f(x) = \sqrt{z^2 + x^2} + \sqrt{z^2 + (d - x)^2} \quad (2)$$

$$\frac{\delta f(x)}{\delta x} = 0 \rightarrow x = 2 \quad (3)$$

dove d è la distanza tra TX e RX, z è la loro distanza dalla superficie e x è il punto sulla superficie. In corrispondenza di questo minimo si ottiene un massimo nella fase.

Analizzato il caso di superficie piatta trattato anche analiticamente precedentemente e validato, quindi, il suo studio sia analiticamente che

numericamente, si è considerato un nuovo scenario, ovvero una superficie piatta con deformazione.

Questo caso è proprio il caso di interesse perché l'obiettivo è proprio quello di riuscire a individuare le eventuali variazioni o deformazioni che si sono formate sulla superficie. La geometria di riferimento è la seguente:

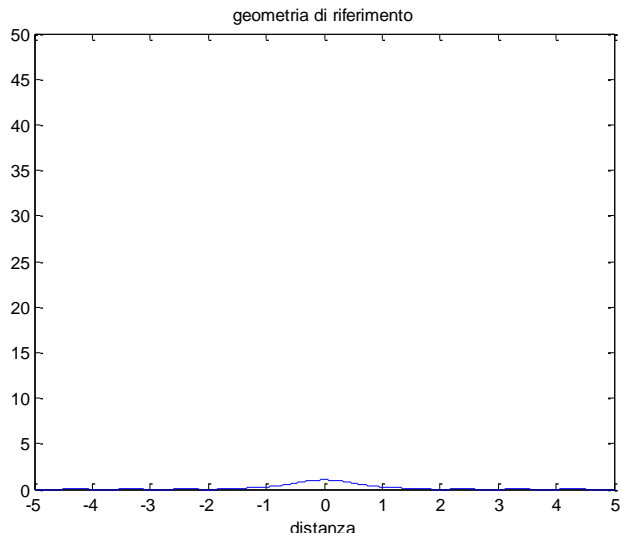


Fig. 6: Geometria di riferimento

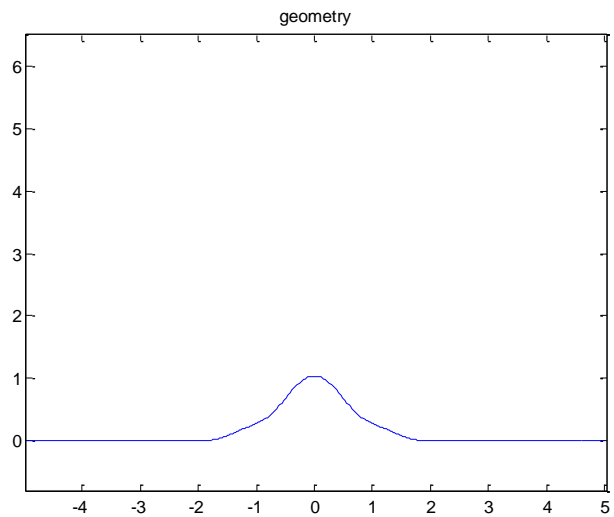


Fig. 7: Zoom della geometria di riferimento

La deformazione è posizionata esattamente al centro della superficie; presenta un'altezza massima di circa un metro. Al fine di osservare una perfetta simmetria nel modulo e nella fase del campo, si è posizionato il sistema di riferimento e il sistema TX/RX al centro dello scenario e si è realizzata una deformazione perfettamente pari. Fisicamente ci si aspetta un contributo forte in corrispondenza del punto speculare e contributi più deboli per gli altri punti che sono via via più lontani. Per riuscire a comprendere i risultati ottenuti, è fondamentale analizzare l'andamento del coefficiente di riflessione, che gioca maggior peso all'interno dell'espressione di A e B viste nelle espressioni analitiche della precedente AE, visto che il massimo valore ottenibile per θ_i o θ_s è di 9° . Infatti, lo scenario è lungo 8 metri (se di escludono, come già accennato prima, i punti iniziali e finali, cioè un metro all'inizio e un metro alla fine, per evitare i fenomeni di diffrazione dal bordo) e alto 50 metri. Analiticamente, considerato come primo mezzo il vuoto e come secondo mezzo un mezzo con $\varepsilon_2 = 3$ e $\sigma = 0$, si ottiene:

$$\begin{aligned}
 R_{perp} &= \frac{\eta_1 \cos(\theta_{inc}) - \eta_1 \sqrt{3} \sqrt{1 - \frac{1}{3} \sin(\theta_{inc})}}{\eta_1 \cos(\theta_{inc}) + \eta_1 \sqrt{3} \sqrt{1 - \frac{1}{3} \sin(\theta_{inc})}} \\
 &= \frac{\cos(\theta_{inc}) - \sqrt{3 - \sin(\theta_{inc})}}{\cos(\theta_{inc}) + \sqrt{3 - \sin(\theta_{inc})}} \quad (4)
 \end{aligned}$$

dove θ_{inc} è l'angolo di incidenza dell'onda valutato rispetto alla normale alla superficie. Quando $\theta_{inc} = 0$, $R_{perp} = -0.2679$. Quando θ_{inc} cresce, il coseno decresce e R_{perp} diventa più grande in modulo, ma sempre negativo. Quando θ_{inc} decresce, il coseno cresce e R_{perp} diventa più piccolo in modulo, ma sempre negativo. L'andamento del coefficiente di riflessione ottenuto nella prova al simulatore è il seguente:

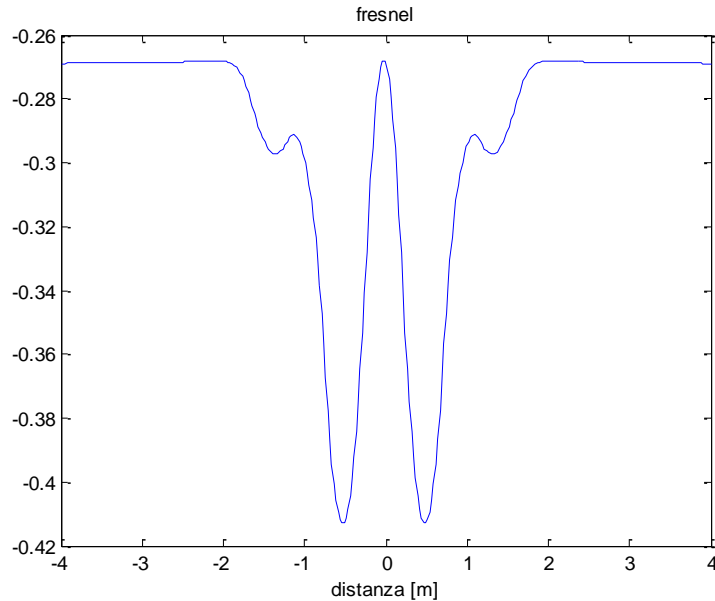


Fig. 8: Andamento del coefficiente di Fresnel nel caso di superficie con una deformazione

Quindi, anche se ci si aspetta un contributo forte dal punto speculare, bisogna considerare che in corrispondenza di quel punto il modulo di R_{perp} è piccolo rispetto ai punti immediatamente vicini. Infatti, se si osserva nella figura successiva (fig.9) l'andamento del modulo dei contributi locali di campo si conclude che in realtà i contributi maggiori derivano dai punti immediatamente vicini al punto speculare, in cui si riscontra invece un minimo. Nelle seguenti figure 9 e 10 sono riportati in rosso anche gli andamenti di modulo e fase nel caso di superficie piatta senza deformazione e in blu quelli relativi al caso di superficie piatta con deformazione.

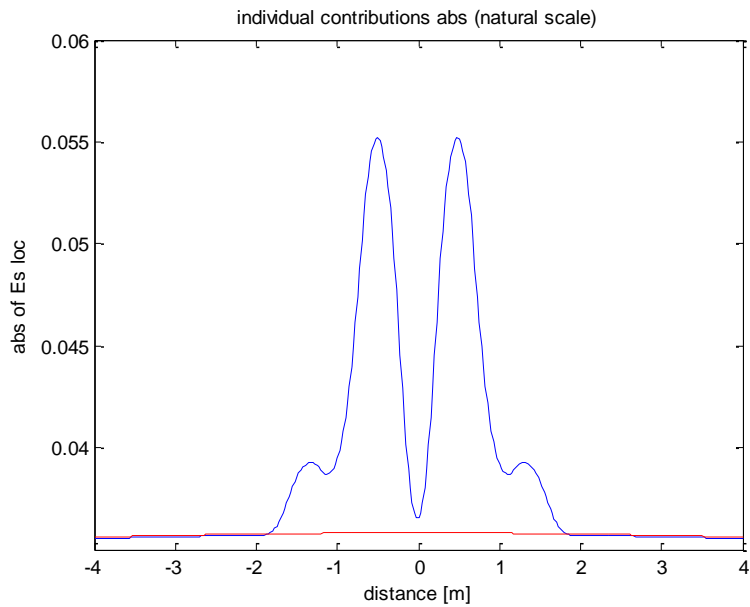


Fig. 9: Andamento del modulo nel caso di superficie piatta(rosso) e superficie con deformazione(blu)

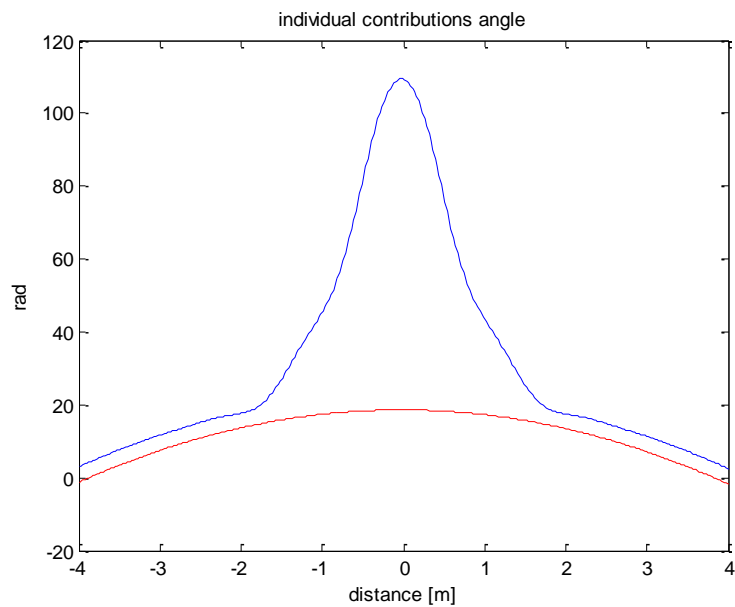


Fig. 10: Andamento della fase nel caso di superficie piatta(rosso) e superficie con deformazione(blu)

Dal confronto tra caso in blu e caso in rosso, si riesce a rilevare e localizzare esattamente la posizione della deformazione. Tramite la fase si riesce anche a valutare l'entità della deformazione ovvero la sua altezza. Nella fase si osserva, infatti, un'escursione di circa 90 radianti, in corrispondenza del punto in cui è localizzata la deformazione. Questa escursione, apparentemente così ampia, è giustificata dal fatto che l'altezza massima della deformazione è di un metro, ovvero circa 7 lunghezze d'onda alla frequenza di 2GHz. Considerato un cammino di andata e una di ritorno, sono in totale 14 lunghezze d'onde, allora lo sfasamento complessivo è di circa $14\lambda \cdot 2\pi$, ovvero 90 radianti. Quindi, rispetto al caso di superficie piatta senza deformazione si ha un picco in fase di 90 radianti.

Un'altra prova è stata condotta considerando una superficie piatta con due deformazioni e con un'altezza di circa 1 lunghezza d'onda, ovvero 15cm. La geometria di riferimento è la seguente:

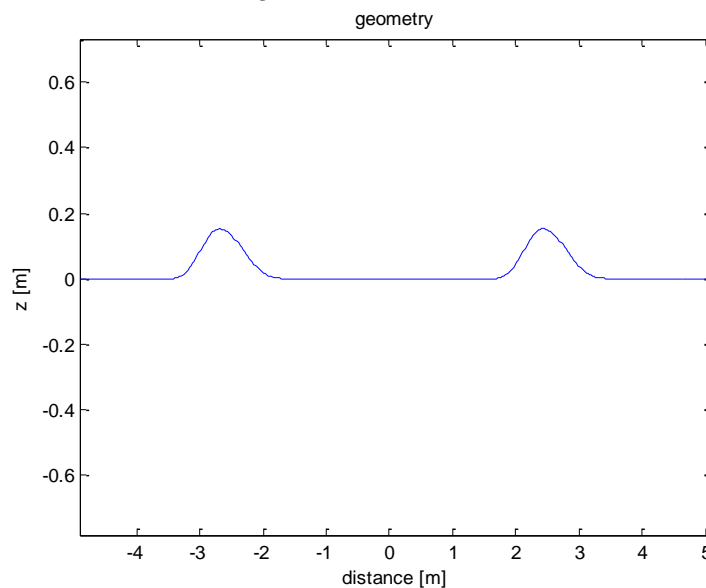


Fig. 11: Superficie con due deformazioni posizionate simmetricamente rispetto all'origine del sistema di riferimento

Le due deformazioni non sono pari, ma sono posizionate in modo simmetrico rispetto all'origine del sistema di riferimento. L'andamento del contributo di campo di ogni singolo punto sulla superficie è mostrato nelle figure sottostanti (fig. 12 e 13).

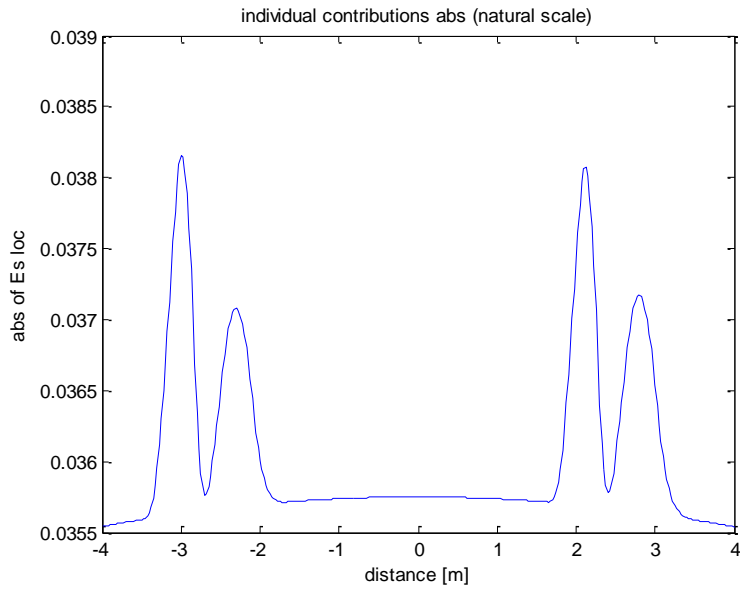


Fig. 12: Andamento del modulo dei singoli contributi locali nel caso di superficie con due deformazioni

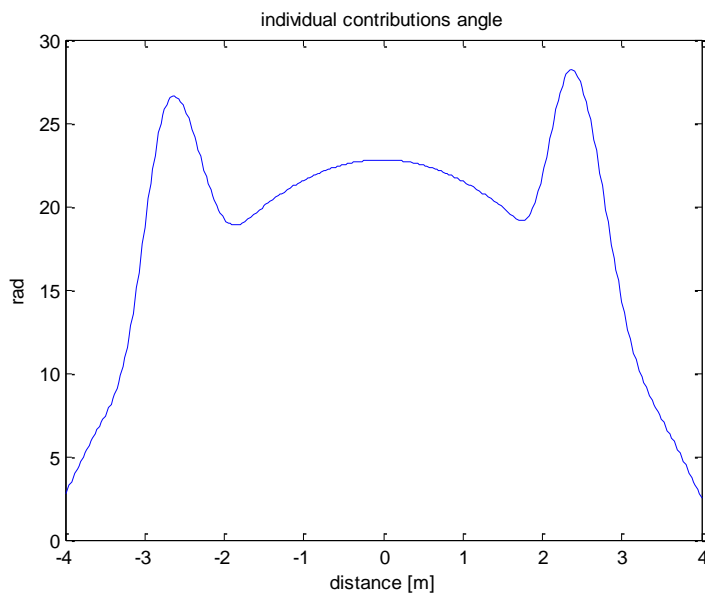


Fig. 13: Andamento della fase dei singoli contributi locali nel caso di superficie con due deformazioni

Nelle successive figure è possibile fare un confronto con il caso di superficie perfettamente piatta, rappresentata dalle curve in rosso. Anche in questo caso è possibile localizzare le deformazioni e valutare l'entità della sua altezza tramite un confronto di fase.

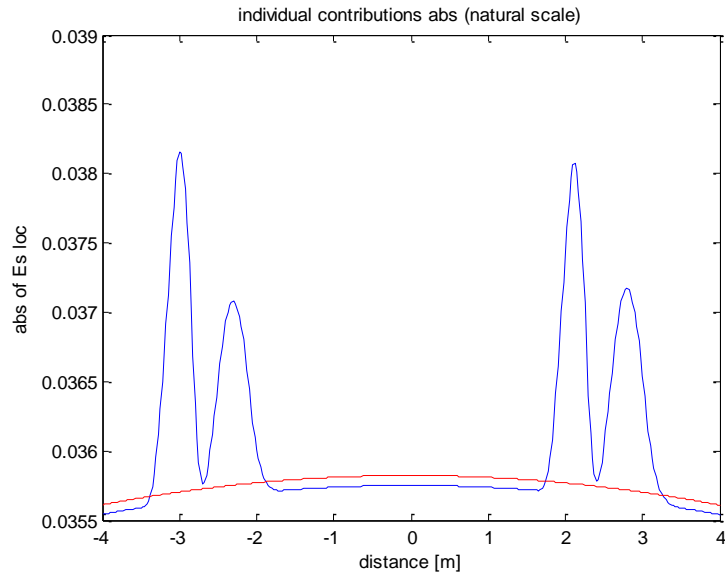


Fig. 14: Andamento del modulo nel caso di superficie con due deformazioni (blu) e di superficie piatta (rosso)

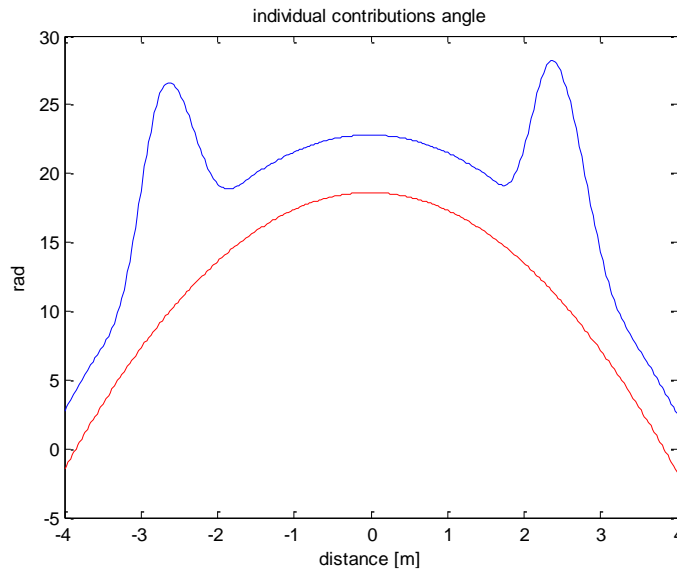


Fig. 15: Andamento della fase nel caso di superficie con due deformazioni (blu) e di superficie piatta (rosso)

Dopo aver considerato esempi relativamente semplici di superfici piatte o con deformazioni localizzate, è stata condotta una prova prendendo come scenario di riferimento quello generale di superficie con dolci ondulazioni (fig.16)

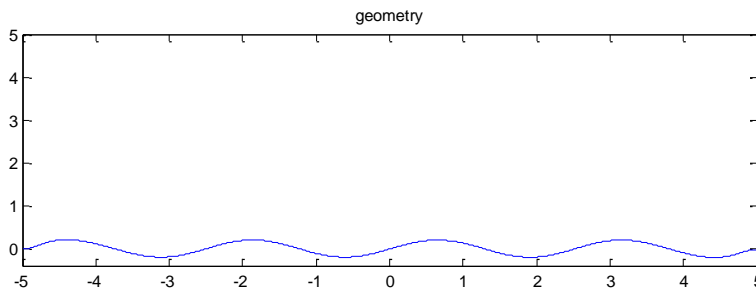


Fig. 16: Superficie ondulata

Tale superficie è caratterizzata da una lunghezza di correlazione pari a 0.80, un valore medio nullo e una deviazione standard dell'altezza pari a 0.1412. Questi valori rispettano le ipotesi di applicazione delle approssimazioni di Kirchhoff e, quindi, si può utilizzare il simulatore per ricavare il campo elettrico diffuso.

Il sistema di riferimento è stato posizionato al centro, e il TX/RX è stato posto nel punto di coordinate (0,50m).

L'andamento del campo è rappresentato nella seguente figura, in termini di modulo e fase srotolata.

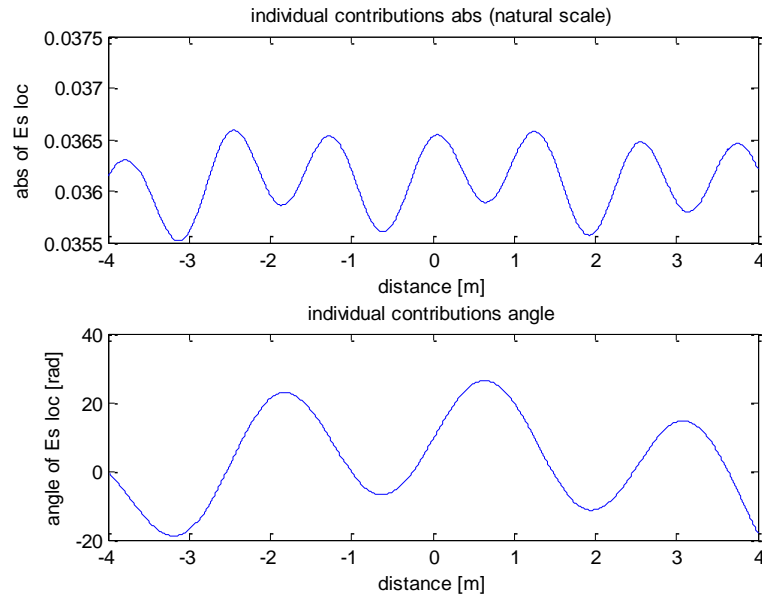


Fig. 17: Andamento del modulo e della fase del campo scatterato punto per punto dalla superficie ondulata

L'andamento sia del modulo che della fase è un andamento oscillante così come l'andamento della superficie. Per avere un confronto, i risultati sono stati sovrapposti, nelle figure seguenti, con quelli ottenuti con la superficie piatta.

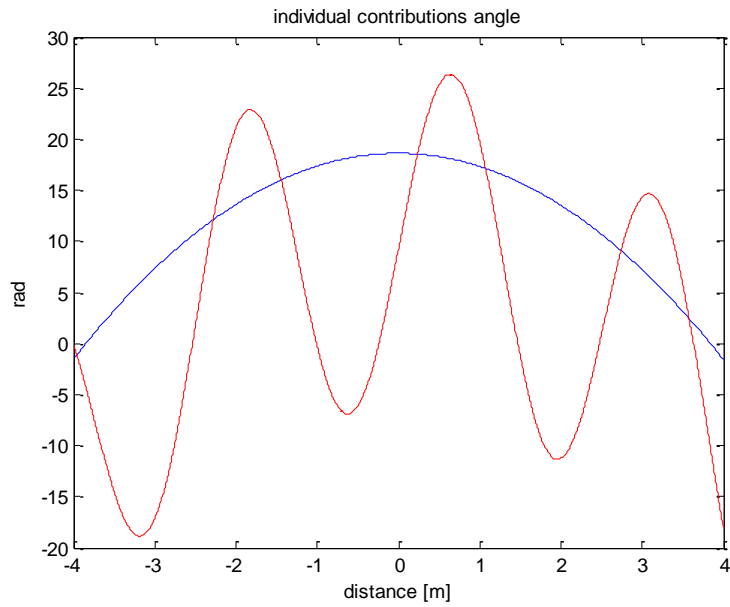


Fig. 18: Modulo del campo scatterato punto per punto da superficie piatta (blu) e superficie ondulata (rosso)

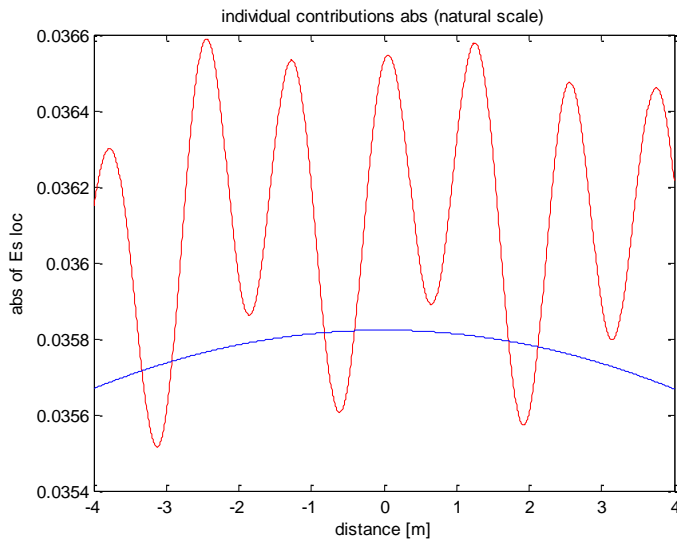


Fig. 19: Fase del campo scatterato punto per punto da superficie piatta (blu) e superficie ondulata (rosso)

Infine, come ultimo esempio è stata effettuata una prova con superficie piatta, ma considerando come sorgente non più un'onda piana ma il campo irradiato da un array di antenne. Il sistema di riferimento è stato posizionato all'inizio dello scenario. Il sistema TX/RX è posto in posizione (1m,50m). L'andamento del campo ottenuto è rappresentato in figura (20):

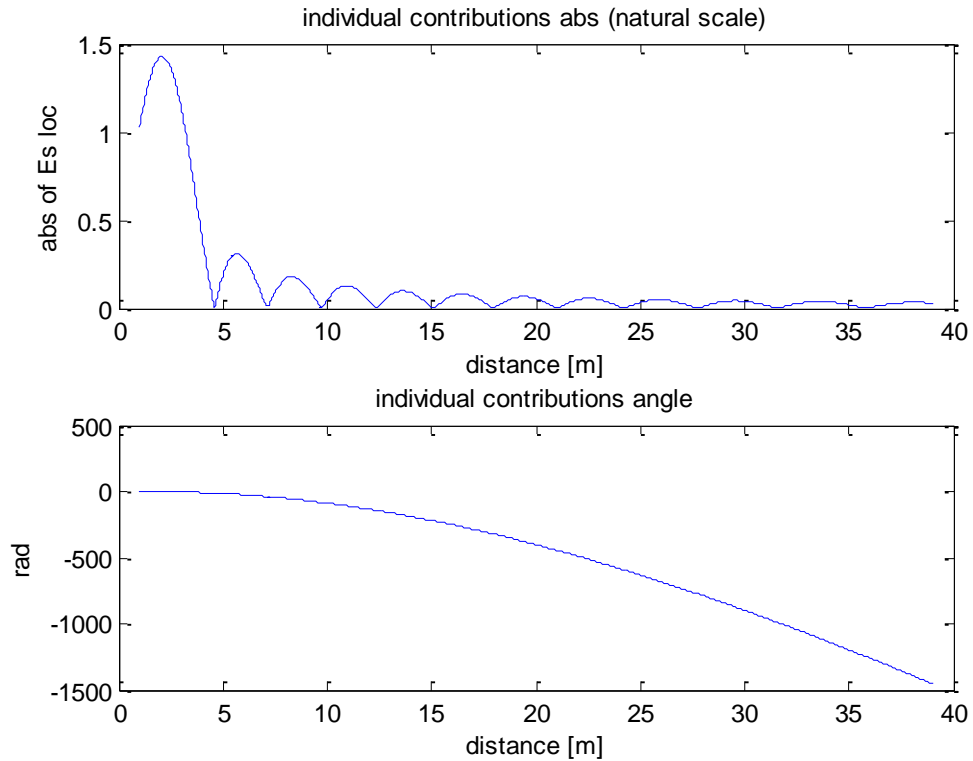


Fig. 20: Modulo e fase del campo scatterato nel caso di campo incidente irradiato da un array di antenne

Dalle figure si può osservare che il modulo del campo scatterato assume la forma di seno circolare, e il suo valore massimo è ottenuto in corrispondenza della direzione perpendicolare all'asse dell'array.

3.4.5.C CONCLUSIONI

Sulla base dello studio analitico descritto nella precedente AE, è stato realizzato un simulatore numerico.

Questo considera che la superficie di riferimento, (il terreno), sia invariante in una delle due dimensioni a terra, e che anche il campo incidente e diffuso siano allo stesso modo invarianti con tale coordinata. Tale studio si rende necessario sia per porre le basi ad un adeguato controllo dei risultati ottenuti dal simulatore, che per sviluppare inizialmente in un caso relativamente semplice il processing dei dati radar.

In particolare, il simulatore, note le collocazioni del trasmettitore e del ricevitore, la geometria di interesse e, quindi, l'andamento della superficie e le caratteristiche elettromagnetiche della discontinuità, è in grado di calcolare il campo scatterato da tale scenario, ed in particolare il contributo di retrodiffusione.

Nel caso qui preso in considerazione (bidimensionale), il simulatore è stato dapprima validato. Questa validazione è stata effettuata attraverso il confronto dei risultati ottenuti con alcuni casi noti in letteratura. Successivamente, sono stati eseguiti altri esempi considerando altre tipologie di superfici.

ATTIVITÀ ELEMENTARE 3.4.6

Determinazione indicazioni per utilizzo massimamente proficuo del RADAR

3.4.6.A INTRODUZIONE

Le attività della presente AE si sono concentrate sulla determinazione delle indicazioni per un utilizzo corretto e massimamente proficuo del sensore radar. In base alle osservazioni scaturite dagli studi effettuati durante i mesi e dai confronti con gli altri partner del progetto, si è arrivati ad alcune osservazioni, di seguito riportate, che permettono un miglioramento delle prestazioni del sensore radar. Seguendo le indicazioni presenti in questa AE, si può ottenere, ad esempio, una migliore risoluzione in profondità del sensore radar.

3.4.6.B LE OSSERVAZIONI EFFETTUATE

Dalle diverse riunioni congiunte effettuate, dalle osservazioni illustrate nelle precedenti AE, e analizzando a fondo le esigenze dei diversi partner, è emerso che il sensore di area per il monitoraggio continuo delle aree circostanti le grandi vie di comunicazione è un radar in banda L. In particolare la frequenza di funzionamento scelta è pari a 1.8 GHz. Tale frequenza risulta, infatti, un buon compromesso tra la penetrazione della vegetazione ed il monitoraggio delle deformazioni (variazioni) superficiali del versante di frana.

Dalle discussioni tra i partner è emerso, inoltre, che la distanza ottimale tra il sensore radar e lo scenario d'osservazione è di circa 50 m. A questa distanza è stata definita una cella di indagine che può avere dimensioni di circa 3mX3m. Tale cella è l'unità base per il monitoraggio. Grazie alla definizione di tale distanza e la dimensione cella è stato possibile ipotizzare la grandezza di un'antenna tale da soddisfare le esigenze. Si è riusciti, in altre parole, a definire che caratteristiche debba avere il radar tale da illuminare una cella di dimensioni date ad una determinata distanza alla frequenza di funzionamento scelta. Il risultato porta a considerare un sensore radar formato da un array di antenna di dimensioni totali di circa 3 m in lunghezza e di circa 1 m di altezza.

Per un impiego massimamente proficuo del sensore radar si devono soddisfare però alcuni requisiti.

In particolare, lo scenario deve essere in 'zona lontana' rispetto all'array, ma l'array deve essere in 'zona vicina' rispetto all'intero scenario di indagine. Si ricorda, infatti, che la parte innovativa dell'approccio presentato in tale progetto è il monitoraggio dei fronti di frana in una zona vicina allo scenario di indagine, differentemente dai tipici strumenti posizionati in zona lontana (come per l'approccio SAR [1]). Tale zona lontana è numericamente definita da:

$$r > \frac{2D^2}{\lambda} \quad (1)$$

dove r è la distanza tra il sensore e il punto d'osservazione, λ è la lunghezza d'onda e D è la dimensione massima del sensore radar, se si valuta la 'zona lontana' rispetto all'array, oppure D è la dimensione massima dell'intero scenario, se si valuta la 'zona lontana' rispetto allo scenario stesso. Tale zona è individuata in letteratura come 'Zona lontana' o 'Zona di Fraunhofer' [2].

Altro requisito da rispettare per l'utilizzo massimamente proficuo del sensore radar è quello di poter effettuare una scansione. Il radar deve, cioè, riuscire ad illuminare diverse celle appartenenti ad uno stesso scenario di riferimento attraverso puntamenti differenti. Una scansione radar può essere messa in pratica in due modi fondamentali: scansione elettronica del fascio o scansione meccanica del sensore. Entrambi i modi sono sufficienti per un utilizzo vantaggioso del sensore radar. Tali scansioni risultano indispensabili nel momento in cui si effettua una inversione dei dati per ricavare una eventuale deformazione del terreno. Come dettagliatamente illustrato nelle successive AE, lo strumento matematico usato per la teoria dei problemi lineari inversi è la decomposizione ai valori singolari (SVD) [3] di una matrice, essendo infatti, la SVD stessa alla base sia della comprensione della mal posizione dei problemi lineari inversi, sia della descrizione degli effetti dei metodi di regolarizzazione.

Si anticipa, giusto per una migliore comprensione in lettura, che la generale descrizione matematica di un sistema di imaging lineare è il seguente. La funzione oggetto f è un elemento dello spazio euclideo \mathcal{X} , molto frequentemente anche spazio di funzioni a quadrato integrabile [4], che prende il nome di spazio degli oggetti. Analogamente, la funzione immagine g è un elemento di un altro spazio euclideo \mathcal{Y} , che prende il nome di spazio delle immagini. I due spazi potrebbero coincidere, ma, in generale, sono differenti. Una volta definiti gli spazi, il processo di imaging è descritto dall'operatore, cioè dal mapping che consente di associare funzioni g di \mathcal{Y} a funzioni f di \mathcal{X} , ovvero:

$$g = Af \quad (2)$$

La matrice A , nel caso specifico in questione, è costituita da righe generate dagli angoli di scansione e da colonne generate dagli angoli di illuminazione a terra. Se l'angolo di scansione fosse unico si avrebbe solo un dato che, invertito, non potrebbe dare alcuna informazione utile. Per un'affidabile inversione dei dati si ha, quindi, la necessità di avere un determinato numero di scansioni del sensore radar. Uno studio, a tal proposito, è stato effettuato in modo da definire il numero minimo di scansioni necessarie per una ricostruzione affidabile. Questo dipende dal contesto che si vuole indagare. In linea generale, se la superficie di indagine si estende per S metri, il numero minimo di angoli di scansione deve essere pari a $S/2$.

3.4.6.C CONCLUSIONI

Le indicazioni illustrate all'interno della presente AE permettono un utilizzo massimamente proficuo del sensore radar. Rispettando, infatti, tali indicazioni si può applicare un algoritmo di processing dei dati, illustrato nelle successive AR, capace di migliorare la risoluzione in profondità del sensore. Si è arrivati a dimostrare, infatti, che è possibile passare da risoluzioni nell'ordine di metri a risoluzioni nell'ordine dei centimetri.

Riferimenti bibliografici

- [1]. G. Franceschetti, R. Lanari: “Synthetic Aperture Radar Processing”, CRC Press, 1999
- [2]. Collin R. E., Antennas and radiowave propagation, McGraw-Hill ISE, New York, 1985
- [3]. Bertero M. and Boccacci P., “Introduction to Inverse Problems in Imaging”, 1998, IOP Publishing Bristol
- [4]. G.Di Fazio, M.Frasca, “Metodi Matematici per l’Ingegneria”, Monduzzi Editore

Studio dei modelli esistenti per la soluzione del problema inverso della diffusione elettromagnetica

3.4.7.A INTRODUZIONE

La presente attività elementare ha avuto lo scopo di rilevare ed acquisire al progetto i metodi di elaborazione di segnali radar maggiormente consoni al progetto in corso.

A valle di una estesa analisi della letteratura esistente, due sono risultati gli approcci di maggiore interesse. In particolare, un primo contributo è focalizzato sulla possibilità di elaborare dati in uno scenario in cui è prevalente lo scattering di volume, mentre il secondo metodo ipotizzato fa affidamento su tecniche oramai consolidate in ambito SAR. In previsione della scelta sul fenomeno di scattering da approfondire (tra volumetrico e superficiale), sono stati studiati entrambi gli approcci sopra elencati, in modo da capirne i vantaggi e i limiti. Di seguito verranno, per tale motivi, illustrate le tecniche studiate durante il primo periodo della presente AE.

Avendo scartato l'ipotesi di procedere ad un monitoraggio del sottosuolo, le attività sono state finalizzate alla individuazione e sviluppo di tecniche di imaging differenziale, attraverso le quali risalire alla presenza di deformazioni rispetto ad uno scenario iniziale, di seguito illustrate.

3.4.7.B Un modello di elaborazione per il caso volumetrico

L'approccio, recentemente sviluppato, che riguarda il monitoraggio e il calcolo del rischio frana illustrato in [1], si basa sull'osservazione che il rischio frane (comunemente) aumenta in base al contenuto d'acqua nel terreno (v. Attività Elementare 3.4.1 precedentemente illustrata). Dal punto di vista elettromagnetico, l'aumento della presenza di acqua nel terreno causa un proporzionale aumento della costante dielettrica. Pertanto, lo studio del segnale radar di ritorno potrebbe aiutare a monitorare i cambiamenti in atto (in quanto gli

echi radar, in base al contenuto d'acqua, cambiano notevolmente).

Nel lavoro [1] considerato vengono studiati alcuni casi 'di esempio'. In particolare, acquisito (simulato) il segnale retrodiffusi dal terreno in situazione di 'normalità' (fig. a), cioè in assenza di rischio frana, si confrontano questi con alcuni casi 'pericolosi', cioè dove è presente un allarme (vedi fig. 1).

Si può notare dalla fig. 2, come gli echi radar cambiano notevolmente in base alla configurazione del terreno considerata. In particolare, il livello più alto dei picchi presenti nella figura 2.b è indice di un maggior contrasto tra le caratteristiche dielettriche, e quindi della possibile presenza di acqua, così come il diverso tempo di arrivo del secondo eco è testimonianza della variazione intervenuta, e così via. In altri termini, il confronto tra i dati misurati (o simulati) nelle diverse condizioni, ed in particolare l'osservazione del livello e collocazioni temporali dei 'picchi' (nonché del segnale ad essi intermedi) può essere utilizzato ai fini di una interpretazione della situazione corrente.

In definitiva, il che sarà comune anche alla successiva tecnica presentata, quello che è possibile fare è seguire la strada di un "imaging differenziale" (cioè, la rilevazione delle variazioni più significative) anziché quella di un 'imaging quantitativo' (che, alla luce dei pochi dati disponibili con un sistema monostatico, appare di fatto impossibile).

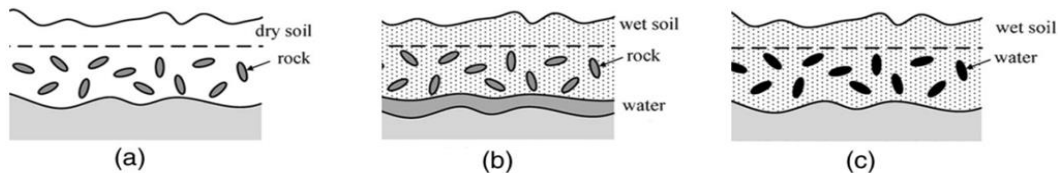


Fig. 1: (a) caso di 'normalità'; (b) allerta 1 (il suolo è poroso e non contiene acqua), (c) allerta 2 (il suolo contiene acqua)

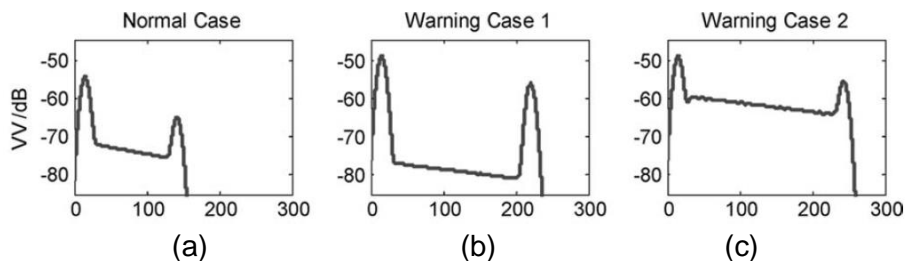


Fig. 2: profili radar simulati riferiti alle situazioni considerate

3.4.7.B MODELLI DI ELABORAZIONE PER IL CASO DI SCATTERING SUPERFICIALE (E LORO RELAZIONE CON LE TECNICHE SAR)

Con il termine *risoluzione spaziale* si intende la minima distanza che separa due punti che il sensore vede distinti. Si può distinguere tra risoluzione in distanza (o range) e risoluzione in azimuth. La *risoluzione radiometrica* è invece la minima variazione di segnale percepibile dal radar. Questo parametro permette di definire la qualità della scena radar ricostruita attraverso la raccolta dei segnali retrodiffusi. Detta t la durata dell'impulso trasmesso dal radar, la risoluzione in distanza lungo la direzione del fascio radar (*slant range*) è definita come (vedi fig. 3):

$$r_d = \frac{ct}{2} \quad (1)$$

con $c=3 \cdot 10^8$ m/sec (nel vuoto). La sua proiezione a terra (ground range) diventa:

$$r_d = \frac{ct}{2 \sin \theta} \quad (2)$$

con θ angolo di incidenza del fascio radar in distanza.

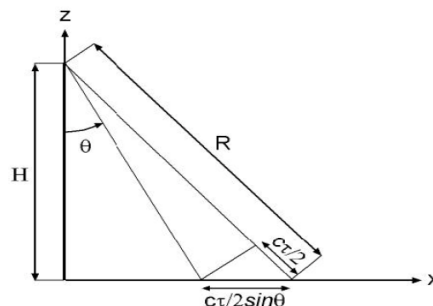


Fig. 3: risoluzione in distanza (range resolution)

Nella direzione azimutale invece la risoluzione ottenibile è:

$$r = \beta R_0 \quad (3)$$

con $\beta = \lambda/L$ dove L è la lunghezza dell'antenna radar in azimut, β l'apertura del fascio radar ed R_0 la distanza radar-superficie (vedi fig. 4)

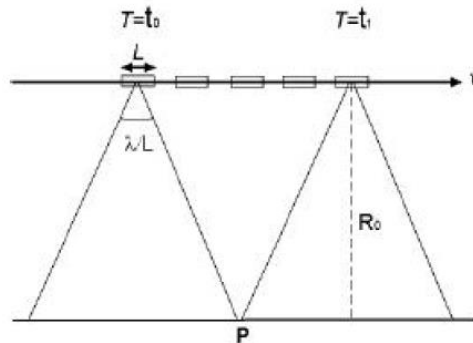


Fig. 4: geometria di acquisizione del radar in azimuth

A meno di non utilizzare impulsi temporali estremamente brevi, il che implicherebbe la necessità di sistemi radar con bande passanti dell'ordine del GHz o più, la risoluzione in range non è generalmente sufficiente a monitorare variazioni della superficie. Infatti, nel caso di impulsi della durata dell'ordine di microsecondi la 'range resolution' risulta dell'ordine addirittura dei chilometri. Allo stesso modo, nelle applicazioni di telerilevamento da aereo o da satellite la risoluzione in azimuth, o risoluzione angolare, risulta del tutto insufficiente nel caso in cui si consideri una singola antenna.

Nel telerilevamento da satellite, nell'ambito del quale esiste una vasta letteratura sulla determinazione di deformazioni superficiali, due sono i meccanismi attraverso i quali si riesce a 'recuperare' una risoluzione accettabile (sia in termini di dimensione del pixel che di suo 'spostamento verticale').

In particolare, la risoluzione in azimuth viene recuperata attraverso il concetto di antenna sintetica (ottenuta mediante movimento del satellite). Tale concetto può essere di interesse ai fini del nostro progetto ove si ipotizzi che la antenna radar sia montata su di un mezzo mobile. La contro indicazione di tale soluzione

risiede nel fatto (si veda il successivo capoverso) che per il monitoraggio delle deformazioni è necessario procedere a successive acquisizioni utilizzando la stessa collocazione della antenna (ovvero lo stesso identico percorso per l'antenna mobile).

Per quanto riguarda invece la risoluzione in profondità, legata alla deformazione vera e propria, il sistema di elaborazione ipotizzato è molto semplice. È utile ricordare che, pixel per pixel, la fase del segnale complesso retro diffuso dipenda essenzialmente dal percorso seguito dal segnale radar. E' altresì evidente che tale fase viene modificata dalla insorgenza di deformazioni superficiali. E' allora sufficiente 'far battere' il segnale corrispondente ad una situazione iniziale con il segnale acquisito ad un generico tempo t (ovvero moltiplicare il segnale iniziale per il complesso coniugato del secondo) per estrarre in qualche modo la deformazione di interesse.

Infatti, la fase di tale segnale sarà, punto per punto, proporzionale alla deformazione (con dei fattori di correzione dovuti alla inclinazione relativa tra onda incidente e superficie osservata).

3.4.7.C IL PROBLEMA 'INVERSO'

Mentre nell'AE 3.4.4 e 3.4.5 lo studio è stato incentrato sul problema diretto, ovvero determinare il campo diffuso da una superficie incognita, in questa AE è trattato il problema di inversione, ovvero dalla conoscenza delle misure di campo scatterato si vuole risalire all'andamento, o meglio alle possibili variazioni subite dalla superficie incognita, che ha retrodiffuso tale campo.

In generale, il problema diretto e quello inverso sono correlati da una sorta di dualità, nel senso che un problema può essere ottenuto dall'altro scambiando i ruoli di dati e incognite: i dati di un problema sono le incognite dell'altro e viceversa [2]. Come conseguenza di questa dualità sembrerebbe arbitraria la scelta di quale sia il problema diretto e quale l'inverso. Nell'ambito della fisica è quasi ovvio che la situazione è abbastanza chiara perché i due problemi non stanno sullo stesso livello: nel diretto calcoliamo la conseguenza ad una data causa, nell'inverso ricerchiamo le cause incognite di una nota conseguenza. La soluzione del problema diretto, inoltre, definisce una transizione da una quantità fisica con un certo contenuto informativo ad un'altra quantità con un contenuto informativo più piccolo. Nel problema inverso, a causa di questa perdita di

informazione, si vorrebbe considerare una trasformazione alla quale corrisponda un guadagno di informazione. Da qui deriva la principale proprietà matematica del problema inverso, ovvero la malposizione.

Il concetto base di malposizione fu introdotto dal matematico francese Jacques Hadamard: un problema si chiama ben posto quando la sua soluzione è unica, esiste e varia con continuità con i dati. Una soluzione che varia considerevolmente per piccole variazioni dei dati non è una soluzione in senso fisico. Il problema è mal posto se non è ben posto. Per comprendere l'origine della malposizione è conveniente definire matematicamente il contesto (fig. 5). Si definiscano due insiemi: lo spazio degli oggetti \mathcal{X} , ovvero la classe di oggetti dei quali bisogna trovare l'immagine, e lo spazio delle immagini \mathcal{Y} , ovvero lo spazio che comprende sia le immagini corrispondenti a ogni oggetto prive di rumore sia quelle affette da rumore (fig. 5). Poiché il problema diretto è ben posto, ad ogni oggetto corrisponde una e una sola immagine. In sostanza la sua soluzione definisce un mapping, denotato con A , che trasforma ogni oggetto dello spazio \mathcal{X} in un oggetto senza rumore dello spazio \mathcal{Y} . La perdita di informazione che ne deriva è collegata a tre possibili situazioni. La prima si verifica quando due o più oggetti hanno esattamente la stessa immagine. In questo caso esistono degli oggetti la cui immagine è esattamente zero. Questi oggetti sono chiamati oggetti invisibili. Allora, dato un oggetto dello spazio \mathcal{X} , se si aggiunge a un oggetto invisibile, si ottiene un nuovo oggetto che ha esattamente la stessa immagine. La seconda può verificarsi quando due oggetti molto distanti hanno immagini molto vicine; esistono insiemi ampi di oggetti distinti ai quali corrispondono insiemi di immagini che sono molto piccoli. L'ultimo caso riguarda un oggetto al quale non corrisponde un'immagine appartenente al range di A , ovvero il set dei vettori che sono immagini prive di rumore di qualche oggetto.

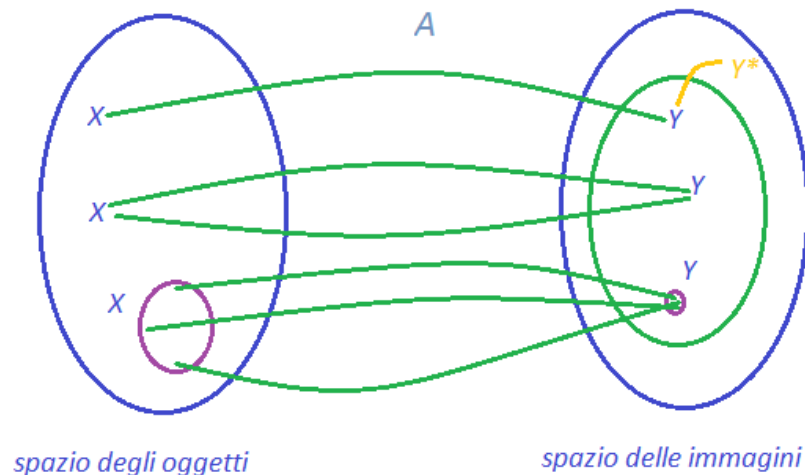


Fig. 5: Rappresentazione del mapping tra spazio degli oggetti e spazio delle immagini

Se adesso si considera il problema inverso, ovvero il problema di determinare l'oggetto corrispondente ad una data immagine, allora questo sarà mal posto come conseguenza della perdita di informazione intrinseca nella soluzione del problema diretto. Infatti, se una immagine corrisponde a due distinti oggetti, la soluzione del problema inverso non è unica; se due immagini vicine hanno due immagini molto distanti, allora la soluzione del problema non dipende in continuità con i dati; e, in ultimo, se l'immagine non appartiene al range di A , la soluzione non esiste.

Per risolvere un problema inverso è, quindi, necessario compensare questa perdita di informazione introducendo dei vincoli aggiuntivi che derivano dalla fisica del problema. Questi vincoli costituiscono, quindi, un'informazione a priori, che non può essere ricavata dalle immagini o dalle proprietà del operatore A . Il suo ruolo è quello di ridurre l'insieme di oggetti compatibili con una data immagine o anche di discriminare tra oggetti di interesse e oggetti generati da una propagazione incontrollata del rumore sull'immagine. L'uso di un'aggiunta informazione è alla base dei metodi di regolarizzazione [2], che costruiscono famiglie di soluzioni approssimate e stabili, ovvero di oggetti compatibili con una data immagine. Questi metodi costituiscono il più potente mezzo per la risoluzione di un problema inverso.

3.4.7.D DECOMPOSIZIONE AI VALORI SINGOLARI

Uno dei più importanti strumenti matematici usati nella teoria dei problemi lineari inversi è la decomposizione ai valori singolari (SVD) [2] di una matrice e la sua estensione a certe classi di operatori lineari. Infatti, la SVD è alla base sia della comprensione della mal posizione dei problemi lineari inversi, sia della descrizione degli effetti dei metodi di regolarizzazione.

Descrizione matematica

La generale descrizione matematica di un sistema di imaging lineare è il seguente. La funzione oggetto f è un elemento dello spazio euclideo \mathcal{X} , molto frequentemente anche spazio di funzioni a quadrato integrabile [3], che prende il nome di spazio degli oggetti. Analogamente, la funzione immagine g è un elemento di un altro spazio euclideo \mathcal{Y} , che prende il nome di spazio delle immagini. I due spazi potrebbero coincidere, ma, in generale, sono differenti. Una volta definiti gli spazi, il processo di imaging è descritto dall'operatore, cioè dal mapping che consente di associare funzioni g di \mathcal{Y} a funzioni f di \mathcal{X} , ovvero:

$$g = Af \quad (4)$$

Si osservi che g rappresenta la cosiddetta immagine libera dal rumore. Tuttavia, l'immagine misurata è inevitabilmente affetta dal rumore introdotto dal processo di misura. Questo effetto può essere descritto da un termine addizionale w , che è anche un elemento di \mathcal{Y} , così che:

$$g_{noise} = Af + w \quad (5)$$

Appare ovvio che l'immagine misurata è sempre descritta da un insieme finito di valori numerici, non da una funzione. Infatti, l'uscita degli strumenti che misurano la variazione dell'immagine nello spazio e possibilmente anche nel tempo è rappresentata da valori digitalizzati. Quindi, una immagine può essere vista come un vettore le cui componenti sono proporzionale ai valori dei campioni dell'immagine g :

$$g_m = g(x_m) \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (6)$$

In tal caso si considera un mapping semidiscreto, che trasforma una funzione dello spazio euclideo \mathcal{X} in un vettore appartenente allo spazio vettoriale a M dimensioni, ovvero \mathcal{Y}_M . Nei problemi pratici l'usuale approccio consiste nell'operare una completa discretizzazione che conduce a un'equazione discreta di imaging:

$$g_m = A_{mn} f_n + w_m \quad (7)$$

in cui A è una matrice, in generale, rettangolare.

Anche lo spazio degli oggetti è stato discretizzato e viene indicato con \mathcal{X}_N . Senza perdita di generalità si assume che sia \mathcal{X}_N che \mathcal{Y}_M sono dotate di prodotto scalare canonico [3].

La formulazione standard della decomposizione ai valori singolari è la seguente: sia A una matrice $M \times N$ con rango p ; allora esiste una matrice diagonale S di dimensioni $p \times p$, con elementi diagonali positivi, e due matrici isometriche U e V rispettivamente $M \times p$ e $N \times p$ tali che:

$$A = U S V^* \quad (8)$$

dove V^* denota l'aggiunta di V . Nel caso in cui V sia di natura reale, l'aggiunta coincide con la trasposta. La proprietà di isometria è tale che $V V^* = I$, con I matrice identità.

Se applicata al caso di matrice autoaggiunta, la SVD rappresenta una formulazione sintetica del classico problema agli autovalori:

$$A = V \Lambda V^* \quad (9)$$

dove gli elementi sulla diagonale di A sono gli autovalori ed a ciascuno di essi è associato un auto vettore, ognuno dei quali rappresenta una colonna di V .

Nel caso generico di arbitraria matrice, invece, gli elementi sulla diagonale della matrice S sono chiamati valori singolari della matrice A .

Essi hanno la proprietà che:

$$|\sigma_1| > |\sigma_2| > |\sigma_3| \dots > |\sigma_p| \quad (10)$$

sono, quindi, ordinati in modo decrescente.

Le colonne delle matrici U e V sono formate rispettivamente dai vettori u_k e v_k detti vettori singolari della matrice A. L'insieme, identificato dalla terna $\{\sigma_k, u_k, v_k\}$ è chiamato sistema singolare della matrice A.

I vettori u_k e v_k formano delle basi ortonormali rispettivamente nel range di A e nel range dell'inversa di A, cioè A^* . Fatta eccezione per il fattore di scala σ_k , la matrice A trasforma le basi v_k nelle basi u_k , e, analogamente, A^* trasforma la basi u_k nelle basi v_k . In figura 6 è rappresentato questo mapping.

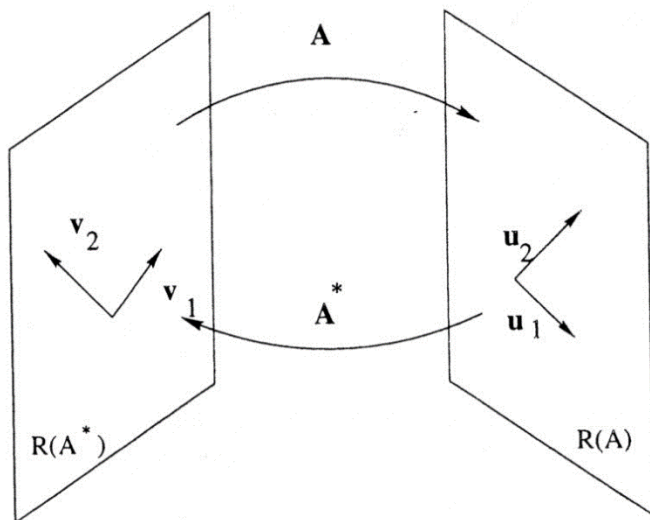


Fig. 6 Rappresentazione schematica della relazione tra le due basi di vettori singolari

Poiché i vettori singolari u_k formano una base nel range di A, per ogni f in \mathcal{X}_N si può scrivere Af come una combinazione lineare delle u_k , ovvero:

$$Af = \sum_{k=1}^p (Af \cdot u_k)_M u_k \quad (11)$$

dove $(Af \cdot u_k)_M$ rappresentano le componenti di Af rispetto a u_k . Poiché risulta che:

$$Av_k = \sigma_k u_k \quad , \quad A^* u_k = \sigma_k v_k \quad (12)$$

allora per la proprietà di A^* si ha:

$$(Af \cdot u_k)_M = (f \cdot A^* u_k)_N = \sigma_k (f \cdot v_k)_N \quad (13)$$

da cui:

$$Af = \sum_{k=1}^p (Af \cdot u_k)_M u_k = \sum_{k=1}^p \sigma_k (f \cdot v_k)_N u_k \quad (14)$$

Questa rappresenta la decomposizione ai valori singolari di A . Analogamente si ottiene la SVD di A^* :

$$A^* g = \sum_{k=1}^p \sigma_k (g \cdot u_k)_M v_k \quad (15)$$

SVD di un operatore integrale con kernel a quadrato integrabile

Nel paragrafo precedente la SVD è stata presentata genericamente considerando una qualunque relazione di mapping. In questo sottoparagrafo si considera la SVD di un operatore integrale così descritto:

$$(Af)(x) = \int_D K(x, x') f(x') dx' \quad (16)$$

dove $x \in D'$, D e D' sono rispettivamente il dominio degli oggetti e delle immagini. La struttura del campo scaterato ricavata nell'AE 3.4.4, può essere ricondotta alla struttura di questo operatore integrale.

Questo operatore è un operatore autoaggiunto. Nel caso di sistema di imaging spazio-invariante, la sua espressione si semplifica:

$$(Af)(x) = \int_D K(x - x')f(x')dx' \quad (17)$$

Si assuma che sia le immagini che gli oggetti sono funzioni a quadrato integrabile [3] delle variabili spaziali, così che $\mathcal{X} = L^2(D)$ e $\mathcal{Y} = L^2(D')$. Allora l'operatore definisce un mapping da $L^2(D)$ a $L^2(D')$. Questo operatore è continuo se il kernel dell'integrale è a quadrato integrabile, ovvero:

$$\|K\|^2 = \int_{D'} dx \int_D dx' |K(x, x')|^2 < \infty \quad (18)$$

Un operatore che soddisfa questa condizione è usualmente chiamato operatore della classe di Hilbert-Schmidt [2, 3].

L'operatore aggiunto è dato da:

$$(A^*g)(x') = \int_{D'} K^*(x, x')g(x)dx \quad (19)$$

Dalla teoria di Hilbert-Schmidt deriva la SVD dell'operatore e del suo inverso. La dimostrazione richiede la completezza degli spazi di Hilbert [3] \mathcal{X} e \mathcal{Y} . I risultati ottenuti sono, quindi, i seguenti:

$$Af = \sum_{k=1}^{\infty} \sigma_k (f, v_k)_X u_k \quad (20)$$

$$A^*g = \sum_{k=1}^{\infty} \sigma_k (g, u_k)_Y v_k \quad (21)$$

La SVD di A è equivalente alla seguente espansione in serie del kernel

$$K(x, x') = \sum_{k=1}^{\infty} \sigma_k u_k(x) v_k^*(x') \quad (22)$$

essendo la serie convergente nel senso della norma L^2 .

Da questa espansione e dalla ortonormalità delle funzioni singolari deriva che:

$$\|K\|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \sigma_k^2 \quad (23)$$

e, quindi, la somma dei quadrati dei valori singolari di un operatore di Hilbert-Schmidt è convergente [2].

Vantaggi dell'utilizzo della SVD nel problema di inversione

Dopo la dettagliata descrizione matematica nei sottoparagrafi precedenti, è bene capire come questo strumento può essere utilizzato nell'ambito della soluzione di un problema inverso e quali vantaggi sono ad esso correlati. A tal proposito si prende in considerazione un classico esempio di problema lineare mal-posto, ovvero l'equazione integrale di Fredholm [4] di prima specie nel caso di problema di inverse source. La relazione matematica alla base di tale sistema di imaging è la seguente:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') J(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{E} = \mathcal{A} \mathbf{J} \quad (24)$$

dove la funzione g è il kernel dell'integrale, Ω rappresenta il dominio in cui è definita la sorgente J , E è definito su una superficie chiusa Σ , tale che Ω è interna a Σ , r e r' scandiscono rispettivamente i punti su Σ e Ω .

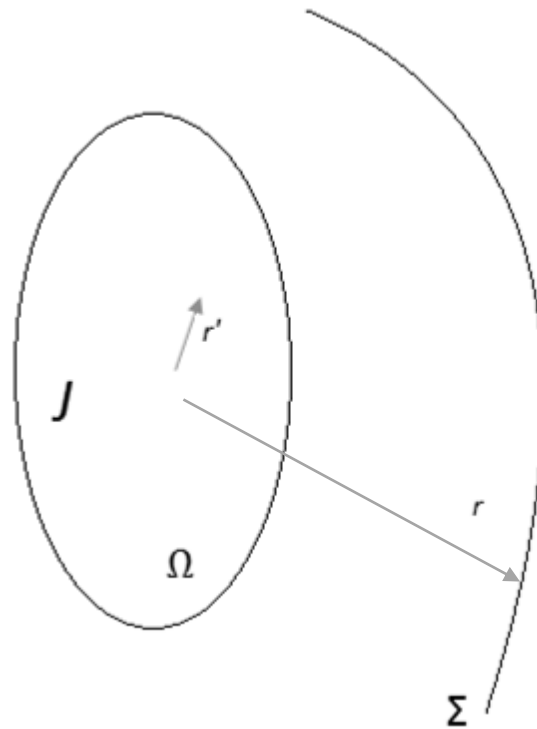


Fig. 7: Scenario di riferimento

Nel problema di inverse source g e E sono note, mentre l'incognita è rappresentata dalla funzione J . Risulta evidente che questo problema è altamente sotto determinato, in quanto si desidera risalire a una funzione di tre variabili dalla conoscenza di una funzione di due variabili, ovvero dal valore del campo su una superficie 2D. Questa sottodeterminazione, comunque, non può essere rimossa prendendo valori del campo nel volume, perché la conoscenza del campo su una superficie chiusa determina in maniera univoca il campo dovunque fuori da Ω . Questa intrinseca proprietà del problema è dovuta alla esistenza delle sorgenti non radiative [5], ovvero alla presenza di oggetti invisibili nello spazio degli oggetti \mathcal{X} , che costituiscono lo spazio nullo dell'operatore integrale. Matematicamente le sorgenti radiative sono le $J(r')$ tali che:

$$\int_{\Omega} g(r, r') J(r') dr' = 0 \quad (25)$$

A causa di tale ambiguità, la soluzione al problema è non unica e la generica sorgente J può essere vista come:

$$J_{generica} = J_{radiativa} + J_{non\ radiativa} \quad (26)$$

L'obiettivo è allora cercare di risalire almeno alla sola parte radiativa, trascurando le sorgenti non radiative, che rendono la soluzione non unica.

Nel caso in esame si dimostra che l'operatore di mapping \mathcal{A} è un operatore compatto ed esiste la SVD, ovvero la terna $\{\sigma_k, u_k, v_k\}$, in cui i valori singolari σ_k sono ordinati in modo decrescente e si accumulano a zero [2].

Dalla SVD si ricavano le basi ortonormali u_k e v_k in modo tale da rappresentare il campo e la sorgente come una sovrapposizione di tali basi, ovvero:

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} a_k v_k \quad (27)$$

$$E = \sum_{k=1}^{\infty} b_k u_k \quad (28)$$

dove a_k e b_k sono le componenti rispettivamente di J rispetto a v_k e di E rispetto a u_k . Se si applica su J l'operatore \mathcal{A} si ottiene, sfruttando la proprietà che $\mathcal{A}v_k = \sigma_k u_k$:

$$E = \sum_{k=1}^{\infty} \sigma_k a_k u_k \quad (29)$$

da cui si ricava che $b_k = \sigma_k a_k$

Il primo vantaggio che comporta la SVD è allora la diagonalizzazione del problema, ovvero si riescono a separare i singoli contributi di campo che ogni sorgente fornisce. Ogni componente a_k è mappata tramite i valori singolari in una componente b_k .

Si dimostra che nei problemi radiativi i valori singolari, oltre ad essere convergenti a zero, hanno un andamento 'step-like' [6], ovvero per grandi valori di k sono molto piccoli, come in figura:

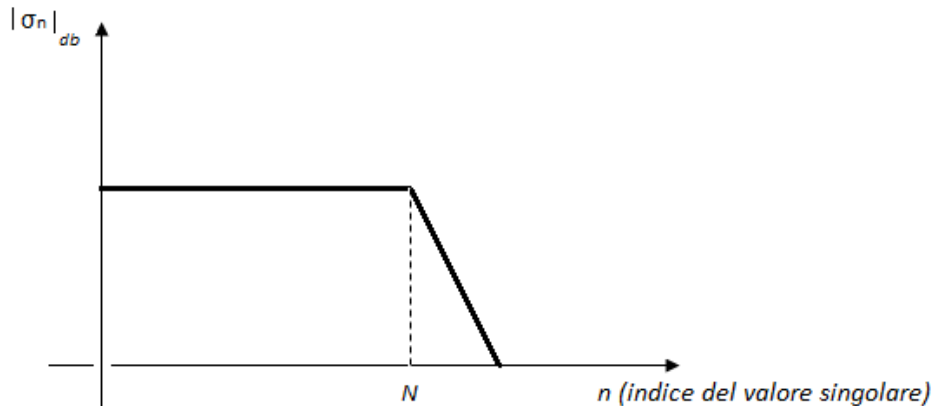


Fig. 8 Andamento qualitativo del modulo dei valori singolari, detto Step-like

I valori singolari si mantengono costanti, poi a partire da un certo N il loro valore inizia a decrescere in modo esponenziale. In sostanza, a partire dall'indice N le σ_k sono trascurabili. Il valore di tale indice e la pendenza della curva nella sua fase discendente sono legati alla dimensione della sorgente. Come conseguenza di questo andamento, il mapping, che trasforma le a_k in b_k , tende a 'comprimere' i coefficienti a_k per indici maggiori di N . Se si ipotizza, ragionevolmente, che la sorgente sia ad energia limitata, allora i coefficienti a_k possono essere racchiusi in un'ipersfera. Se si applica l'operatore di mapping, i coefficienti con $k > N$ saranno compressi e mappati tutti in un singolo punto o un piccolo intorno di esso. Quindi, l'ipersfera si trasforma in un iperpiano.

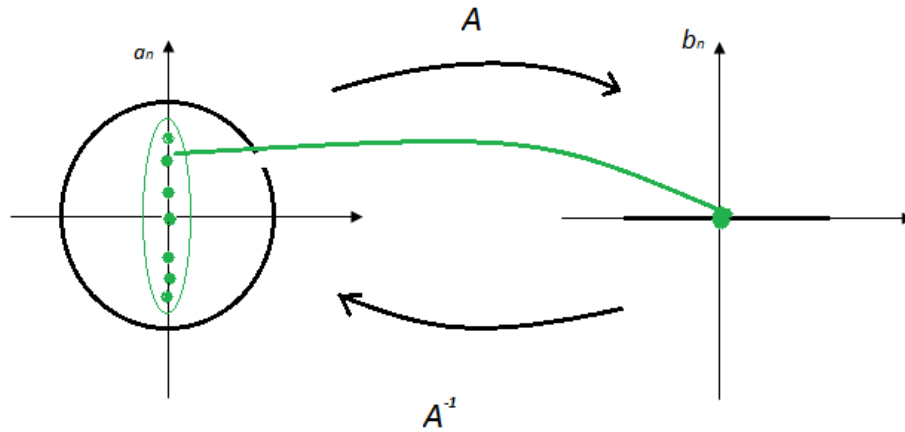


Fig. 9: Rappresentazione della compressione insita nell'operazione di mapping

Questa compressione, rappresentata anche in figura 9 in versione bidimensionale, costituisce la perdita di informazione che è intrinseca nella soluzione del problema diretto. La soluzione del problema inverso, ovvero risalire alle a_k applicando sulle b_k l'operatore inverso, è problematica perché dovrebbe comportare una 'espansione' e un conseguente guadagno di informazione.

Se da un certo indice N in poi i valori singolari sono molto piccoli, allora è possibile 'troncare' la sommatoria 27 o 28, ottenendo:

$$\begin{aligned}
 E &= \sum_{k=1}^{\infty} \sigma_k a u_k = \sum_{k=1}^N \sigma_k a_k u_k + \sum_{k=N+1}^{\infty} b_k u_k \\
 &\cong \sum_{k=1}^N b_k u_k
 \end{aligned} \tag{30}$$

Il campo è rappresentabile soltanto a partire dalle componenti principali, ovvero quelle comprese tra $k = 1$ e $k = N$. Questo è il secondo vantaggio della SVD. L'errore che si commette nel approssimare il campo con queste sole componenti N è pari a :

$$\Delta E = \sum_{k=N+1}^{\infty} b_k u_k \quad (31)$$

In termini di norma quadra, poiché le u_k sono ortogonali, si ottiene:

$$\|\Delta E\|^2 = \sum_{k=N+1}^{\infty} b_k^2 \quad (32)$$

L'errore è, quindi, proporzionale all'area sottesa dalla curva del modulo quadro dei valori singolari, da N in poi (fig.8). Più N cresce, più quest'area si riduce e più l'errore diminuisce. Questo tipo di errore è anche legato alla precisione dello strumento. Infatti gli strumenti con i quali si compiono le misure di campo su Σ hanno una precisione finita e, quindi, il campo misurato contiene un contributo dato dal rumore. Più lo strumento è sofisticato più l'errore dovuto al rumore è piccolo, meno sofisticato è lo strumento, più l'errore è grande. Fissato l'errore k , graficamente si può ricavare l'ascissa N per la quale l'area sottesa dalla curva del modulo quadro dei valori singolari è pari a k^2 . Si dimostra che nel nostro caso in cui l'andamento dei valori singolari è di tipo on-off, se diminuisce $\|\Delta E\|$, ovvero la precisione dello strumento, N resta essenzialmente uguale ed è, quindi, indipendente da esso. Questo valore di N costituisce il numero di gradi di libertà del campo [7]. Il campo è allora rappresentabile a partire da un numero finito di gradi di libertà e, quindi, di componenti e rappresentabile con un numero finito di misure. Dal concetto di informazione estraibile, ovvero di numero di componenti che danno reale informazione e hanno reale significato fisico, si è giunti al concetto di gradi di libertà.

Ricapitolando, nel problema di inverse source si vuole determinare la sorgente, definita all'interno del dominio Ω , a partire dalla conoscenza e, quindi, dalle misure di campo lungo Σ . A causa della presenza di sorgenti non radiative, la soluzione al problema non è unica e ci si accontenta di risalire alla sola parte radiativa della funzione J . In più, poiché i valori singolari sono a partire da un certo N trascurabili, non si può ricostruire tutta la parte radiativa, ma solo le componenti per $k < N$, visto che il mapping diretto comporta una 'compressione' dei coefficienti b_k . Infatti:

$$b_k = \sigma_k b_k \quad \Leftrightarrow \quad a_k = b_k / \sigma_k \quad (33)$$

Per $k > N$ si verifica che a piccole variazioni del campo corrispondono grandi variazioni dei coefficienti a_k . Il problema non dipende in modo continuo dai dati. Poiché i dati non sono mai conosciuti esattamente a causa della precisione finita degli strumenti, questo dovrebbe implicare che la soluzione non è mai nota nell'insieme. Inoltre, considerare indici maggiori di N implica soltanto l'aggiunta di rumore e di nessuna informazione. Allora il contenuto informativo può solamente essere ottenuto a partire dalle componenti con indice minore di N .

Queste considerazioni stanno alla base dei metodi regolazione e del concetto di soluzione generalizzata del problema inverso.

3.4.7.E SOLUZIONE GENERALIZZATA

In accordo con la descrizione di un sistema lineare di imaging, l'immagine rumorosa dell'oggetto f è data da:

$$g = Af + w \quad (34)$$

dove A è l'operatore lineare che agisce dallo spazio \mathcal{X} a quello \mathcal{Y} e w è un elemento di \mathcal{Y} che descrive il contributo di rumore di g . Si trascuri il termine di rumore e si riformuli il problema inverso come segue: data l'immagine rumorosa g e l'operatore A , si risolva l'equazione lineare:

$$g = Af \quad (35)$$

Si assuma che A ammette SVD così che:

$$Af = \sum_{j=1}^p \sigma_j (f, v_j)_x u_j \quad (36)$$

Il problema è in generale mal posto, perché la soluzione non è unica o non esiste o non dipende continuamente dai dati. L'unicità non sussiste quando lo spazio nullo dell'operatore A , cioè lo spazio degli oggetti invisibili, non è vuoto. La

procedura molto usata per restaurare l'unicità è descritta in seguito. Ogni elemento f dello spazio degli oggetti può essere rappresentato da:

$$f = \sum_{j=1}^p (f, v_j)_x v_j + v \quad (37)$$

dove v è la proiezione di f nello spazio nullo di A , $\mathcal{N}(A)$, mentre il primo termine è la componente dell'oggetto f ortogonale a $\mathcal{N}(A)$. Il termine v è proprio la componente invisibile perché non contribuisce all'immagine di f . Poiché questa componente non può essere determinata, è naturale cercare una soluzione in cui questa componente è nulla. Tale soluzione \bar{f} è unica perché implica che se $A\bar{f} = 0$ allora necessariamente $\bar{f} = 0$ e prende il nome di soluzione a minima norma. Infatti, qualunque soluzione è data da:

$$f = \bar{f} + v \quad (38)$$

Poiché v è ortogonale a \bar{f} , si ha:

$$\|f\|^2 = \|\bar{f}\|^2 + \|v\|^2 \quad (39)$$

e, quindi, la soluzione con $v=0$ è la soluzione a minima norma. La parte radiativa della sorgente J precedentemente descritta è proprio \bar{f} , la soluzione a norma minima.

Per quanto concerne l'esistenza di \bar{f} si distinguono due casi.

Il primo è il caso in cui $\mathcal{N}(A^*)$, lo spazio nullo di A^* , contiene solo elementi nulli, allora le funzioni singolari costituiscono una base ortonormale in \mathcal{U} e l'immagine g è:

$$g = \sum_{j=1}^p (g, u_j)_y u_j \quad (40)$$

in cui l'esistenza della \bar{f} è garantita.

Il secondo caso è quello in cui $\mathcal{N}(A^*)$ non contiene elementi nulli. Le funzioni singolari non costituiscono una base ortonormale in \mathcal{Y} e l'immagine g è:

$$g = \sum_{j=1}^p (g, u_j)_{\mathcal{Y}} u_j + u \quad (41)$$

dove u è la componente di g in $\mathcal{N}(A^*)$, cioè la componente ortogonale al range di A . La presenza di questo termine è un effetto dovuto al rumore. Se $u \neq 0$ non esiste un oggetto f tale che $Af = g$. Allora si cerca l'oggetto f tale che Af è molto vicino a g , ovvero l'oggetto che minimizza la funzione errore:

$$\|Af - g\|_{\mathcal{Y}} = \text{minimo} \quad (42)$$

Qualunque soluzione di questo problema di minimizzazione è detta soluzione ai minimi quadrati.

Il concetto di soluzione ai minimi quadrati è molto più generale perché una soluzione dell'equazione $Af = g$ è anche soluzione ai minimi quadrati. Precisamente, i due insiemi di soluzioni coincidono se e solo se il minimo della funzione errore è zero. Quindi, senza perdita di generalità si può investigare il problema di esistenza nel caso di soluzione ai minimi quadratici. Si dimostra la minimizzazione equivale a risolvere l'equazione data da:

$$A^*Af = A^*g \quad (43)$$

Tramite la SVD di A si ottiene:

$$A^*g = \sum_{j=1}^p \sigma_j (g, u_j)_{\mathcal{Y}} v_j \quad (44)$$

$$A^*Af = \sum_{j=1}^p \sigma_j^2 (f, v_j)_{\mathcal{X}} v_j \quad (45)$$

Sostituendo queste espressioni nell'equazione di partenza si ottiene:

$$(f, v_j)_X = \frac{1}{\sigma_j} (g, u_j)_Y \quad (46)$$

In tale modo, il problema di esistenza di soluzione ai minimi quadrati è stato ridotto nel problema di esistenza di un elemento dello spazio oggetto le cui componenti rispetto alle funzioni v_j sono date da questa equazione. La relazione:

$$a_k = b_k / \sigma_k \quad (47)$$

ottenuta nel paragrafo precedente è esattamente equivalente alla (47). Infatti, l'obiettivo è trovare la sorgente J tale che le a_k , ovvero le sue componenti rispetto alle funzioni v_j , sono legate alle componenti b_k del campo rispetto alle u_j tramite questa relazione.

Ricapitolando, se l'unicità non è garantita a causa dell'esistenza di oggetti invisibili, allora ogni soluzione ai minimi quadratici è data dalla equazione:

$$f = \bar{f} + v \quad (48)$$

con \bar{f} definita dalle sue componenti:

$$(\bar{f}, v_j)_X = \frac{1}{\sigma_j} (g, u_j)_Y \quad (49)$$

allora la \bar{f} è la soluzione ai minimi quadratici di minima norma. Essa è anche chiamata soluzione generalizzata del problema inverso. A partire dall'espressione della componenti si può definire un operatore da Y a X , detto operatore inverso generalizzato \bar{A} :

$$\bar{f} = \sum_{j=1}^p \frac{1}{\sigma_j} (g, u_j)_Y v_j \quad \Leftrightarrow \quad \bar{f} = \bar{A}g \quad (50)$$

Si osserva che $\bar{A}g=0$ se e solo se $A^*g = 0$, così che $\mathcal{N}(A^*) = \mathcal{N}(\bar{A})$. Nel caso di matrice A, la matrice inversa generalizzata \bar{A} è chiamata inversa Moore-Penrose di A ed è pari a :

$$\bar{A} = VS^{-1}U^* \quad (51)$$

La soluzione generalizzata dipende continuamente dall'immagine g e, quindi, \bar{A} è un operatore lineare e continuo. La continuità non è sufficiente per garantire la stabilità numerica che può essere investigata stimando l'errore relativo indotto su \bar{f} dall'errore sull'immagine. È la quantità:

$$\alpha = \frac{\sigma_1}{\sigma_p} \quad (52)$$

ovvero il numero di condizionamento dell'operatore A, che consente di controllare la stabilità numerica del problema inverso. Se questo rapporto è grande, la soluzione generalizzata è privata del suo significato fisico e non può essere accettata come ragionevole stima dell'oggetto incognito.

I ragionamenti fatti sono validi per $p < \infty$. Ma se $p \rightarrow \infty$ allora:

$$\bar{f} = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\sigma_j} (g, u_j)_y \quad (53)$$

e, quindi, la soluzione esiste se e solo se la serie è convergente. Se si considera la convergenza in termini di norma di \mathcal{X} , allora la convergenza è garantita se vale il criterio di Picard [2], ovvero:

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\sigma_j^2} |(g, u_j)_y|^2 < \infty \quad (54)$$

Per ogni immagine g che soddisfa questo criterio esiste un'unica soluzione generalizzata per il problema inverso. Come nel caso $p < \infty$ si può definire un operatore inverso generalizzato, con la differenza che questo operatore non è definito in tutto \mathcal{Y} ma solo in un insieme di funzioni g che soddisfano il criterio di

Picard. La soluzione generalizzata non dipende continuamente dall'immagine e potrebbe esserci instabilità numerica.

3.4.7.F METODI DI REGOLAZIONE

La soluzione generalizzata di un problema mal posto, o della sua versione discreta, quindi, mal condizionata, non è fisicamente significativo perché è completamente corrotto dalla propagazione del rumore dai dati alla soluzione. Per questa ragione è necessario cercare una soluzione approssimata, che soddisfa vincoli aggiuntivi derivanti dalla fisica del problema. La regolarizzazione è un metodo per ottenere tale soluzione. Le tecniche di regolarizzazione più utilizzate sono quella di Tikhonov e SVD troncata.

Nel caso di regolarizzazione di Tikhonov, il punto di partenza è la definizione di una famiglia di soluzioni regolarizzate f_μ dipendenti dal parametro $\mu > 0$, ovvero:

$$f_\mu = \sum_{j=1}^p \frac{\sigma_j}{\sigma_j^2 + \mu} (g, u_j)_y v_j \quad (55)$$

dove le componenti della f_μ sono ricavate a partire da quelle della g , ovvero $(g, u_j)_y$, tramite il filtro $\frac{\sigma_j}{\sigma_j^2 + \mu}$, che tende ad attenuare le componenti in corrispondenza di piccoli valori di σ_j .

Se $p \rightarrow \infty$, la serie converge sempre grazie al fatto che i valori singolari tendono a zero molto rapidamente delle componenti di g e, quindi, la soluzione regolarizzata f_μ esiste per ogni immagine rumorosa.

Nel caso di regolazione data dalla SVD troncata, la soluzione regolarizzata può essere anche rappresentata dalla seguente espressione:

$$f_\mu = \sum_{j=1}^p \frac{W_{\mu,j}}{\sigma_j} (g, u_j)_y v_j \quad (56)$$

dove:

$$W_{\mu,j} = \frac{\sigma_j^2}{\sigma_j^2 + \mu} \quad (57)$$

Questa rappresentazione mostra come la soluzione regolarizzata f_μ può essere ottenuta dal filtraggio della decomposizione ai valori singolari della soluzione generalizzata: le componenti di \bar{f} corrispondenti a valori singolari più grandi di μ sono prese senza significative modifiche, mentre le componenti corrispondenti a valori singolari più piccoli di μ sono essenzialmente rimosse. L'idea della SVD troncata è la stessa di quella della regolazione di Tikhonov, ovvero quella di filtrare le componenti dell'immagine. In particolar modo, però, ad un filtro dolce si sostituisce un filtro con elevata pendenza in prossimità della pulsazione di taglio, cioè di tipo on-off, che prende, nell'espansione della soluzione generalizzata, solo i termini corrispondenti a valori singolari più grandi di una certa soglia. Poiché i valori singolari sono ordinati in modo da formare una sequenza non crescente, quelli maggiori di una certa soglia sono quelli con indice maggiore di un certo intero. Se si indica con J il numero di valori singolari che soddisfano la condizione:

$$\sigma_j^2 > \mu \quad (58)$$

Allora la soluzione approssimata fornita dalla SVD troncata è la seguente:

$$f_j = \sum_{j=1}^J \frac{1}{\sigma_j} (g, u_j)_y v_j \quad (59)$$

Poiché:

$$W_{\mu,j} = 1 \quad \text{per } \sigma_j^2 > \mu$$

$$W_{\mu,j} = 0 \quad \text{per } \sigma_j^2 < \mu$$

3.4.7.G SVD APPLICATA AL CASO DI INTERESSE E PROCESSING DEI RISULTATI

I risultati teorici descritti nei paragrafi precedenti hanno messo in luce le difficoltà intrinseche di risoluzione di un problema inverso mal posto, ma anche i possibili rimedi. Si può concludere che non è, genericamente, possibile conoscere la soluzione esatta del problema, ma che è solo possibile ottenere una sua approssimazione. E' fondamentale capire quali informazioni si possono ricavare da questa soluzione approssimata. La SVD è lo strumento che consente di ricavare la quantità e la qualità di informazione estraibile dai dati, che nel caso in oggetto del progetto sono rappresentati dalle misure di campo, studiando rispettivamente l'andamento dei valori singolari e le funzioni singolari.

L'obiettivo è quello di risalire, dalla conoscenza delle misure di campo scatterato, ad eventuali variazioni dell'andamento della superficie che ha retrodiffuso tale campo. La generica relazione che lega campo diffuso e caratteristiche della superficie è la seguente:

$$\begin{aligned}
 E_s &= \int J_{ind}(\theta_a) \frac{e^{-jkR(\theta_a)}}{\sqrt{R(\theta_a)}} d\theta_a \\
 &= \int f(R_{perp}) e^{-j2k\Delta R(\theta_a)} \frac{e^{-j2k\bar{R}(\theta_a)}}{\bar{R}(\theta_a)} h_{array}(\theta_a, \theta_{punt}) d\theta_a
 \end{aligned}$$

dove:

- R è la generica distanza dell'antenna dalla superficie, $R(\theta_a) = \bar{R}(\theta_a) + \Delta R(\theta_a)$, dove \bar{R} è una 'distanza di riferimento', e ΔR lo spostamento rispetto a quest'ultima;
- h_{array} è il fattore di array dell'array di antenne utilizzato come TX e RX;
- θ_{punt} è l'angolo di puntamento del sensore di misura;

- $\frac{e^{-j2k\bar{R}(\theta)}}{R(\theta)}$ è il termine che tiene in conto del cammino di andata e ritorno del campo;
- $f(R_{perp})e^{-j2k\Delta R(\theta_a)}$ è una funzione, indicata con γ , che dipende dalle caratteristiche della superficie, ovvero dal coefficiente di riflessione locale, dalla rugosità e dalla altezza locale della superficie;
- θ_a è l'angolo sotto cui l'antenna vede le diverse porzioni dello scenario;
- θ_{punt} indica il variare dell'angolo di puntamento dell'array;

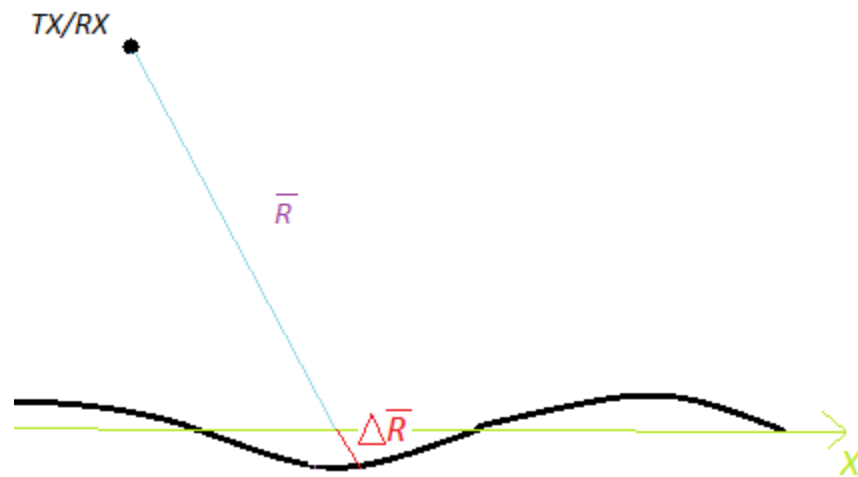


Fig. 10: Scenario di riferimento

La funzione γ è proprio la funzione incognita del problema di inversione. Infatti, il resto dei termini all'interno dell'integrale sono automaticamente definiti una volta che sono stati scelti il tipo di sensore di misura e la distanza media dalla superficie. Se definiamo con $\gamma(\theta_a)$ una funzione che include $f(R_{perp})$ ed il termine che include la distanza di riferimento, la relazione diventa:

$$E_s = \int \gamma(\theta_a) A(\theta_a, \theta_{punt}) d\theta_a \quad (61)$$

dove con la variabile θ_a si intende la variabile che scandisce la superficie illuminata e θ_{punt} è la variabile che indica il variare dell'angolo di puntamento dell'array.

L'idea base consiste inizialmente nel ricavare la SVD dell'operatore A e indagare sulla quantità e la qualità di informazione estraibile. Successivamente, tramite la definizione di un operatore inverso generalizzato, si risale alla soluzione generalizzata $\bar{\gamma}$.

A questo punto, una volta risolto il problema di inversione, resta da capire come ricavare le informazioni relative ad eventuali variazioni della superficie del terreno. Il processing utilizzato sfrutta lo stesso principio di funzionamento della interferometria differenziale [8]. L'interferometria è una tecnica di trattamento dei dati che consente di calcolare le differenze di fase tra due immagini della stessa scena, acquisite da posizioni o istanti che possono o meno coincidere. Questo tipo di tecnica è frequentemente utilizzata per elaborare dati SAR [9] tanto che si parla di tecnica DInSAR [10]. Il segnale incidente sulla superficie, le cui variazioni voglio essere monitorate, ha una fase nota. Il segnale di ritorno dalla superficie raggiunge il ricevitore alterato in ampiezza e fase. La fase contiene l'informazione relativa al percorso andata e ritorno. La sensibilità di valutazione di eventuali spostamenti nello scenario è notevole proprio perché questi sono correlati alla fase dell'eco. Siano $\gamma_1(\theta_a)$ ed $\gamma_2(\theta_a)$ i segnali ottenuti in due istanti di tempo diversi:

$$\gamma_1 = A_1 \varphi_1(\theta_a) e^{-jk2R_1} \quad (62)$$

$$\gamma_2 = A_2 \varphi_2(\theta_a) e^{-jk2R_2} \quad (63)$$

Nelle precedenti compaiono due termini di fase, uno proporzionale al percorso del segnale, ovvero il termine esponenziale (si tratta della fase di propagazione), l'altro legato alle proprietà di retrodiffusione della superficie, ovvero $\varphi(r)$ (si tratta della fase di retrodiffusione). Si definisce fase interferometria, o interferogramma la mappa delle differenze di fase tra i segnali γ_1 e γ_2 , ovvero:

$$\gamma_1 \gamma_2^* = A_1 A_2 |\varphi_1(\theta_a) \varphi_2(\theta_a)| e^{j(\arg \varphi_1 - \arg \varphi_2)} e^{-jk2(\Delta R_1 - \Delta R_2)} \quad (64)$$

Sotto l'ipotesi di elevata correlazione, l'unico termine di fase che sopravvive nella 64 è quello legato agli spostamenti dello scenario ovvero:

$$2k(\Delta R_1 - \Delta R_2) \quad (65)$$

Quindi, sfruttando questa tecnica si riesce ad isolare il contributo di deformazione.

Il processing dei dati, adottato in questo progetto, è descritto di seguito. Il primo passo consiste nel risolvere il problema di inversione a due diversi istanti di tempo: si ottengono γ_1 e γ_2 . Si moltiplica γ_1 per il complesso coniugato di γ_2 . Supponiamo che tra questi due istanti di tempo si è verificata una certa variazione in termini di andamento della superficie, allora, esiste tra i due segnali ricostruiti γ_1 e γ_2 una certa variazione di fase. Sotto l'ipotesi di sufficiente stabilità dello scenario, ovvero sotto l'ipotesi che le caratteristiche elettromagnetiche della superficie restino costanti nel tempo, si ha immunità da fenomeni di decorrelazione temporale e si riesce ad isolare il termine di fase:

$$2k\Delta R(\theta_a) \quad (66)$$

che contiene proprio le informazioni sull'andamento della superficie e di eventuali variazioni avvenute nell'intervallo di tempo che intercorre tra i due successivi esperimenti.

3.4.7.H PROVE NUMERICHE DI INVERSIONE

Anche in questo caso, come nel caso del problema di scattering diretto, è stato elaborato un simulatore numerico. Essendo il problema inverso un problema mal posto, in uscita dal simulatore, non si ottiene una soluzione esatta, ma una soluzione approssimata che si ricava tramite la SVD. Per poter fare l'inversione è necessario compiere varie misure di campo. Le alternative sono le seguenti:

1. Scansione in frequenza;
2. Scansione elettronica dell'array;
3. Scansione multi statica.

Nel primo caso, la funzione incognita γ dell'equazione integrale varia con le misure, in quanto dipende dalla frequenza, tramite il numero d'onda k . Anche nel terzo caso la funzione incognita varia con le misure, in quanto dipende dalla posizione dell'antenna. In entrambi i casi risulterebbe, quindi, difficile monitorare la funzione γ .

L'alternativa adottata è, quindi, la seconda. La scansione elettronica del fascio consiste nella variazione della direzione di massimo puntamento del campo elettromagnetico, senza uno spostamento fisico del sensore di misura. Ad ogni misura la direzione di massimo è ruotata di un certo angolo, in modo tale che, alla fine del processo di misura, tutta l'area di interesse risulta scansionata. Durante queste misure la funzione γ è indipendente dalla direzione di massimo puntamento del sensore, oltre che dalla frequenza e dalla posizione dell'antenna che rimangono fisse. Quindi, ognuna di queste misure prende parte al processo di inversione, aumentandone il contenuto informativo.

Schematicamente, l'intera procedura di inversione ed estrazione dell'informazione può essere riassunta nello schema a blocchi in fig. 11. Il processing dei dati ottenuti dall'inversione è esattamente quello descritto alla fine del paragrafo precedente. Si moltiplica il primo segnale ricostruito per il secondo segnale ricostruito, ma complesso e coniugato. Se la fase di questo prodotto è zero, non sono avvenute variazioni nell'intervallo di tempo $[t_1, t_2]$. Altrimenti, esiste una variazione e attraverso una prima fase di 'unwrapping', cioè srotolamento, la fase del segnale $\gamma_1 \gamma_2^*$ è normalizzata rispetto alla costante $2k$ in modo da rappresentarne l'effettiva variazione nella scala dei metri.

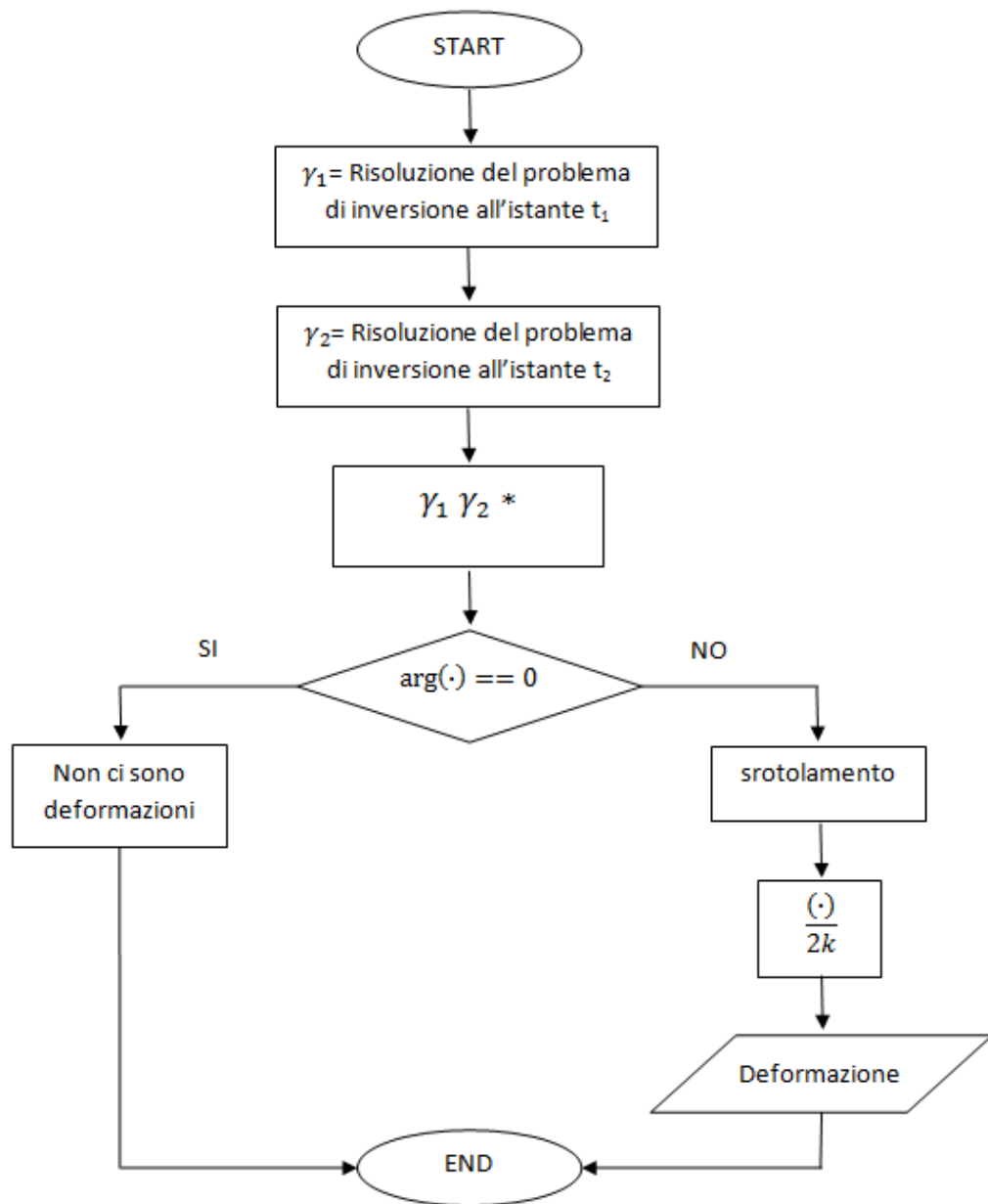


Fig. 11: Diagramma a blocchi della procedura di inversione

Sono analizzati nel seguito i passi più salienti della procedura, anche grazie al confronto diretto con i risultati ottenuti in fase di simulazione.

La risoluzione del problema inverso ad ogni istante di tempo avviene tramite l'utilizzo della SVD troncata dell'operatore di mapping $A(\theta_a, \theta_{punt})$. Lo scenario considerato è il seguente: la zona illuminata è larga 25 metri, il sistema TX/RX è posto nel punto di coordinate (12.5 m, 25 m), come in figura seguente.

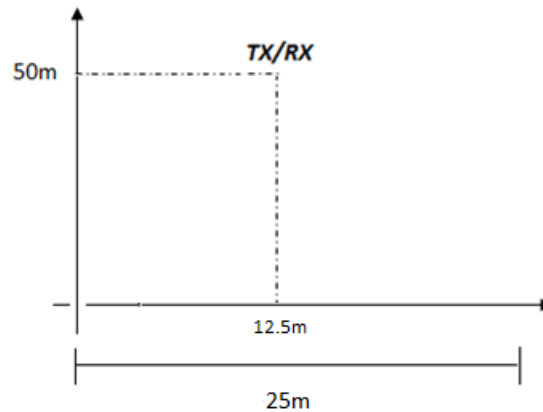


Fig. 12: Geometria del dominio di indagine

L'andamento dei valori singolari, ottenuti numericamente dalla SVD è mostrata in figura 13.

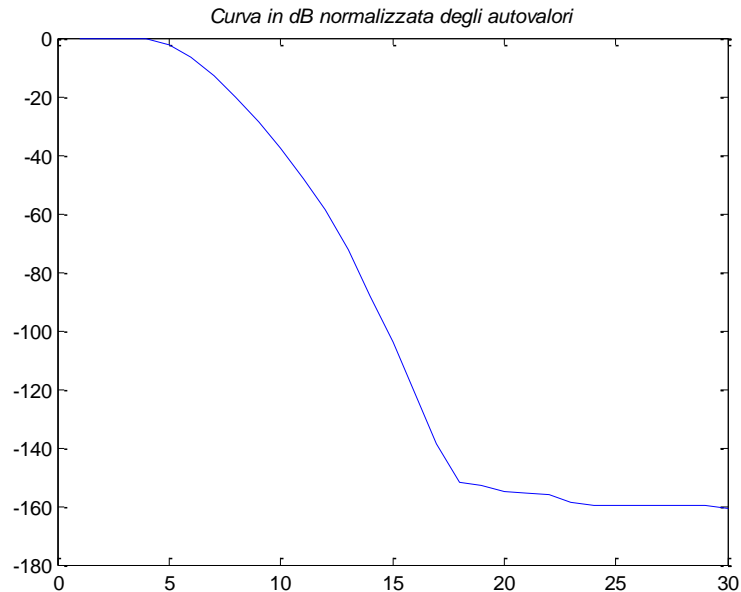


Fig. 13 Andamento dei valori singolari

Come si può osservare, i valori singolari hanno il tipico comportamento “step-like”. Quindi, come già chiarito nei precedenti, affinché la soluzione non sia corrotta dal rumore, è importante operare un ‘taglio’ da un preciso indice in poi. L’indice, come si può osservare in figura 13, deve essere scelto all’incirca pari a 6 (valore corrispondente ‘al ginocchio’ [7]).

Le corrispondenti funzioni singolari che ‘sopravvivono’ in seguito a tale troncamento sono le seguenti:

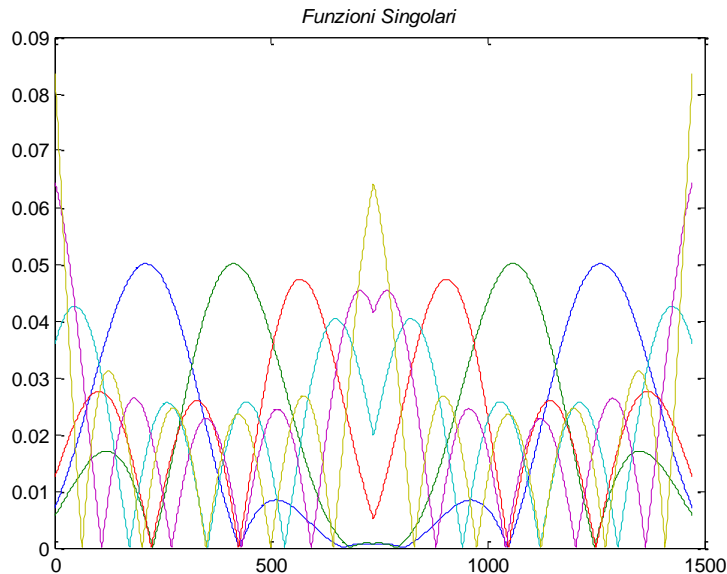


Fig. 14: Andamento delle funzioni singolari nel caso di taglio pari a 6

Ogni funzione singolare è una versione traslata e allargata della precedente, perché la scansione elettronica comporta un allargamento dell'ampiezza di fascio e, conseguentemente, la risoluzione a terra cambia man mano che ci si allontana dall'antenna. La risoluzione ottenibile, infatti, è dettata dall'ampiezza delle funzioni singolari. Le funzioni singolari, come già puntualizzato prima, stabiliscono, il tipo di informazione estraibile. La quantità è dettata dal numero di valori singolari che vengono considerati dopo il taglio. Infatti, se il taglio viene apportato per indici più grandi si introduce rumore; mentre se il taglio avviene in corrispondenza di indici più piccoli, non si ottiene una 'buona' inversione perché l'informazione estraibile è troppo poca. Gli esempi, presentati di seguito, sono a tal proposito istruttivi. In ognuno di essi vengono sempre messi a confronto due casi limite: superficie imperturbata e superficie perturbata con deformazione.

Si consideri come superficie di riferimento la stessa superficie ondulata considerata nelle precedenti AE (fig. 15). Si ipotizzi che questa all'istante t_2 subisca una traslazione rigida, pari a $\lambda/4$.

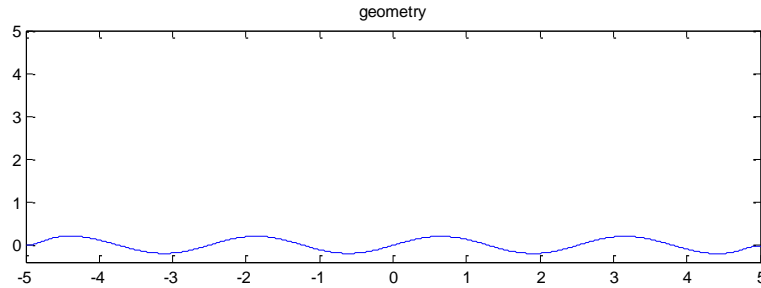


Fig. 15: Superficie con deformazione di altezza pari all'incirca a lambda quarti

La scelta di una deformazione così piccola è legata al problema di srotolamento [8,11]. La fase ottenuta in seguito all'operazione di moltiplicazione tra la funzione ricostruita all'istante t_1 e quella ricostruita all'istante t_2 , è, infatti, nota a meno di multipli di 2π ed è detta arrotolata. La conoscenza del dato di fase deve essere completa, perché da questo, tramite normalizzazione rispetto al numero d'onda k , si ricava informazione sull'entità della deformazione. In termini analitici il problema può essere espresso nel modo seguente:

$$\varphi_{unwrapped} = \varphi_{wrap} + 2N\pi \quad (67)$$

La φ_{wrap} varia tra $\pm\pi$. Si noti che la fase di srotolamento è un passo molto delicato ed è necessario ridurre al minimo gli errori. Proprio per questo è bene, in fase di validazione del modello numerico, scegliere deformazioni di altezza pari a frazioni di lunghezze d'onda, in modo da ridurre l'escursione in fase e da evitare un eventuale ambiguità in fase.

Ricostruiti i segnali relativi alle due situazioni, si è seguito lo schema raffigurato nel diagramma a blocchi in fig. 11.

Nel primo esempio è stato considerato un taglio pari a 6. Sono, quindi, considerati i sei valori singolari e le prime sei funzioni singolari, come mostrato in figura 16.

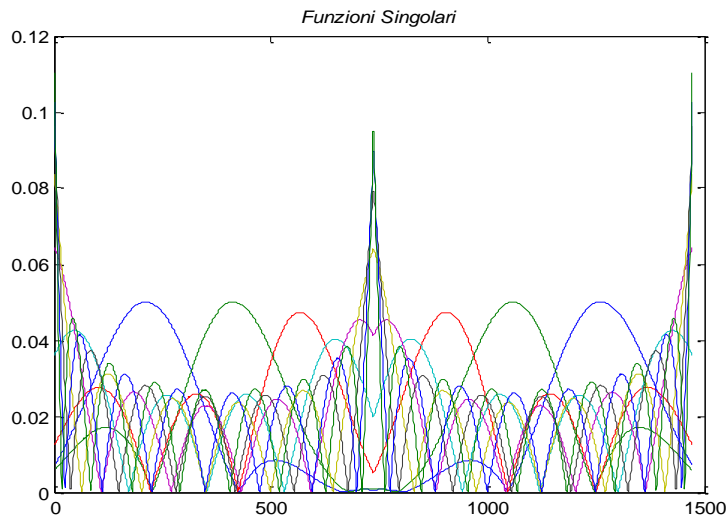


Fig. 16: Andamento delle funzioni singolari nel caso di taglio pari a 6

La corrispondente funzione γ ricostruita, nel caso di superficie non traslata, è la seguente (espressa in modulo e fase):

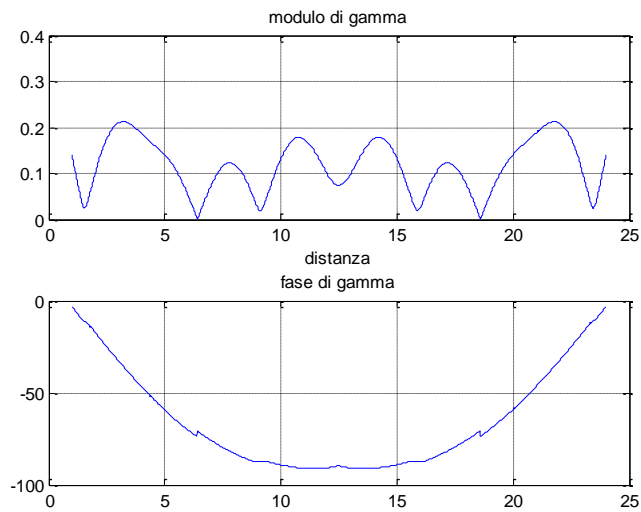


Fig. 17: Andamento del modulo e della fase della funzione γ ricostruita, nel caso di superficie non traslata

Nel caso di superficie traslata invece è la seguente:

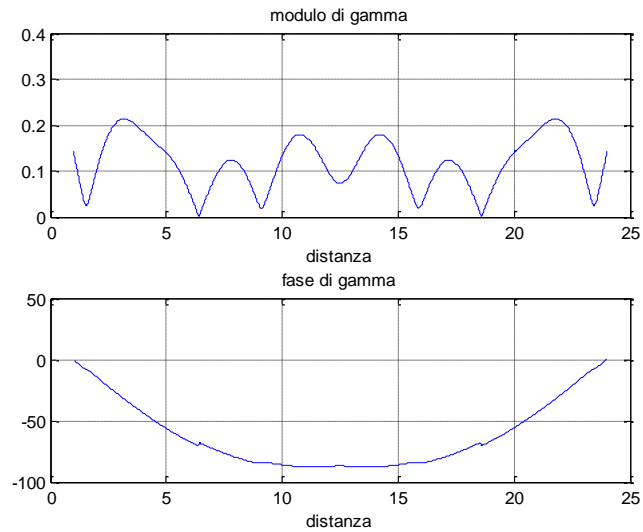


Fig. 18: Andamento del modulo e della fase delle funzione γ ricostruita, nel caso di superficie traslata

Dal loro confronto si ottiene la ricostruzione della deformazione mostrata nelle figure 19 e 20 (a, b). Nella prima figura, la fase non è stata srotolata, nella seconda (fig. 20.a) è stato effettuato il processo di srotolamento, e successivamente è stato normalizzato rispetto al rispetto alla costante $2k$ (fig.20.b).

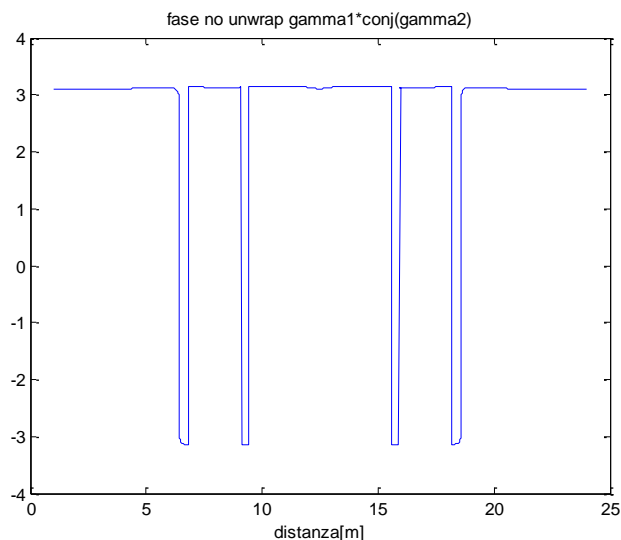
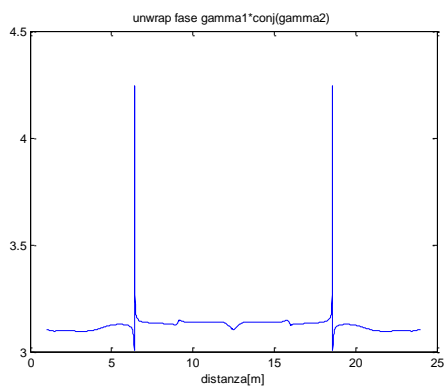
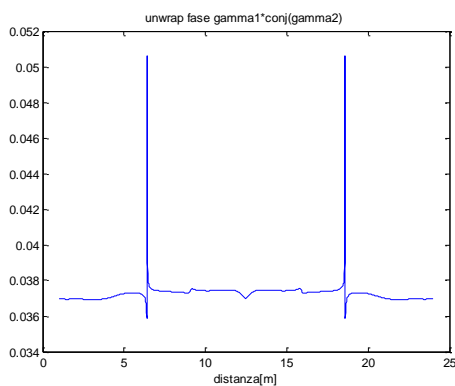


Fig. 19: Deformazione ricostruita senza srotolamento nel caso di taglio 6



(a)



(b)

Fig. 20: Deformazione ricostruita con srotolamento (a) e normalizzazione (b) nel caso di taglio 6

Come si può osservare dalla figura 20.b, la deformazione, che in questo caso è rappresentata da un sollevamento di tutta la superficie di $\lambda/4$, è stata ricostruita a meno di due picchi che sono posizionati esattamente in corrispondenza dei nulli del modulo della funzione γ . Non è, infatti, possibile conoscere

l'informazione sulla fase se il modulo è nullo. D'altro canto, tali picchi non potrebbero essere correlati a nessuna deformazione, in quanto troppo repentini e ripidi.

Nel secondo esempio è stato considerato un taglio dei valori singolari pari a 20. Le funzioni singolari considerate sono le seguenti:

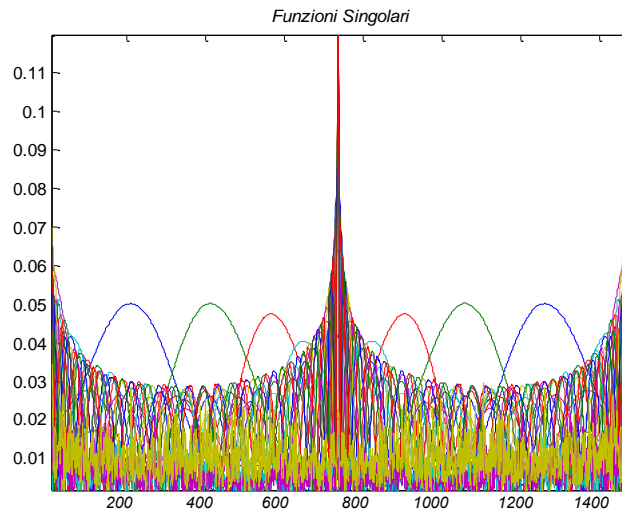


Fig. 21: Zoom dell'andamento delle funzioni singolari nel caso di taglio paria a 20

La deformazione ricostruita è mostrata in figura 22. La ricostruzione è completamente inaffidabile. Come volevasi dimostrare, l'introduzione di altre funzioni singolari ha solo introdotto rumore e portato a un deterioramento del contenuto informativo. Questo esempio è stato, quindi, istruttivo e rappresentativo dei concetti affrontati solo teoricamente precedentemente. La scelta del taglio influenza profondamente la ricostruzione dell'incognita. Bisogna sempre trovare un giusto trade-off tra errore di ricostruzione e rumore.

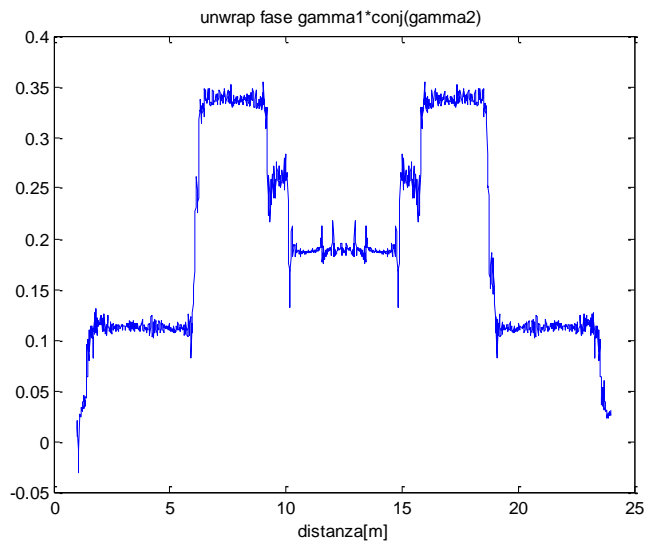


Fig. 22: Deformazione ricostruita con srotolamento nel caso di taglio 20

Nell'ultimo esempio è stata considerata la stessa superficie ondulata alla quale è stata sovrapposta la seguente deformazione (fig.23).

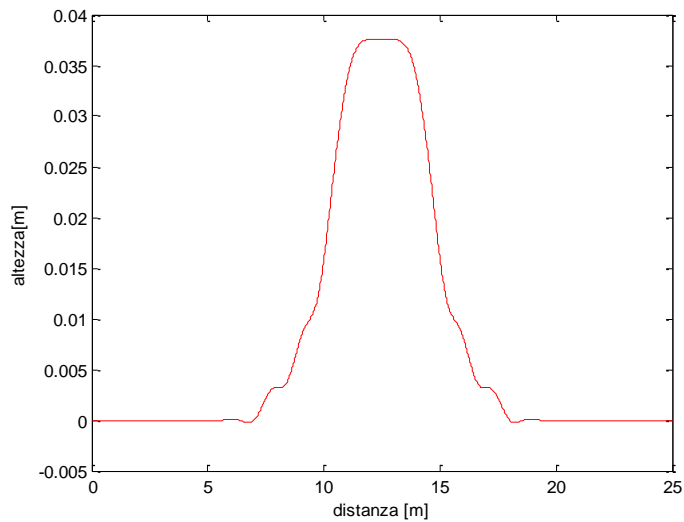


Fig. 23: Deformazione ricostruita con srotolamento nel caso di taglio 9

Il taglio è stato apportato stavolta a 9, indice sempre molto prossimo al ginocchio che ci consente comunque di realizzare una buona ricostruzione senza introdurre rumore. In figura 24 e 25 sono riportate le immagini del modulo e fase delle funzioni γ ricostruite, rispettivamente nel caso di superficie imperturbata e nel caso di superficie con deformazione.

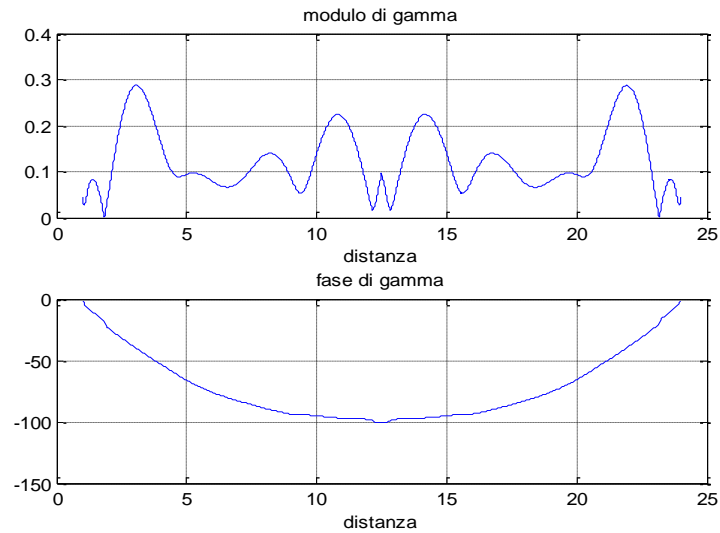


Fig. 24: Andamento della funzione γ ricostruita nel caso di superficie imperturbata

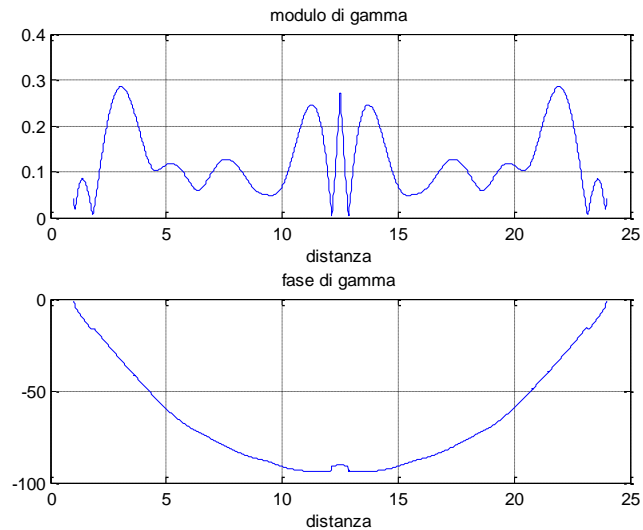


Fig.25: Andamento della funzione γ ricostruita nel caso di superficie liscia con deformazione

La deformazione ricostruita è mostrata in figura 26 e 27, sia con che senza srotolamento.

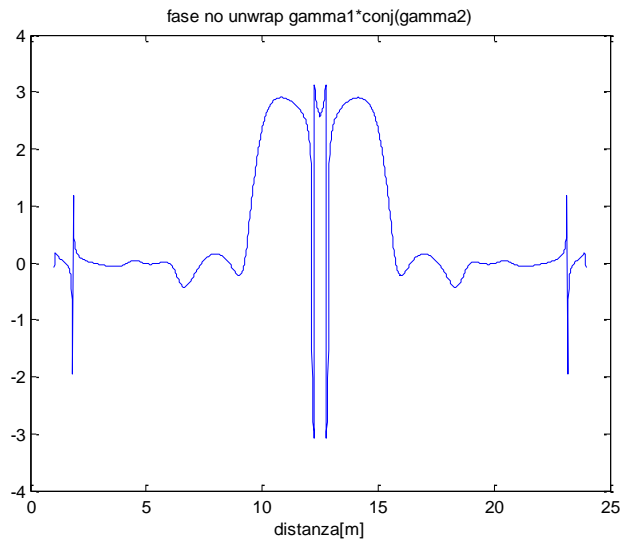


Fig. 26: Deformazione ricostruita senza srotolamento nel caso di taglio 9

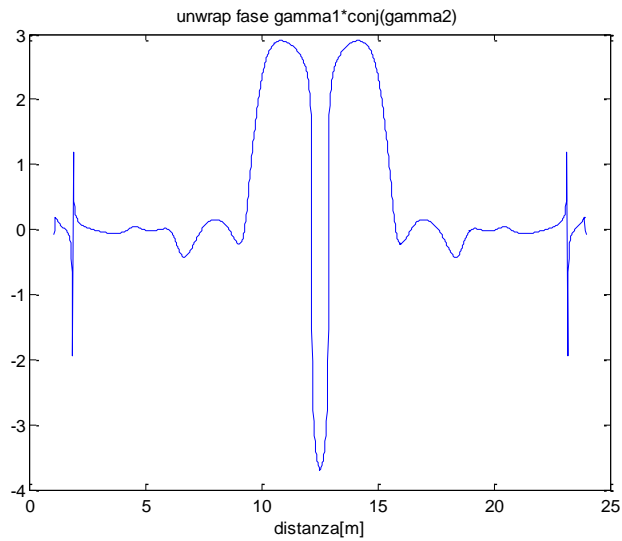


Fig. 27: Deformazione ricostruita con srotolamento nel caso di taglio 9

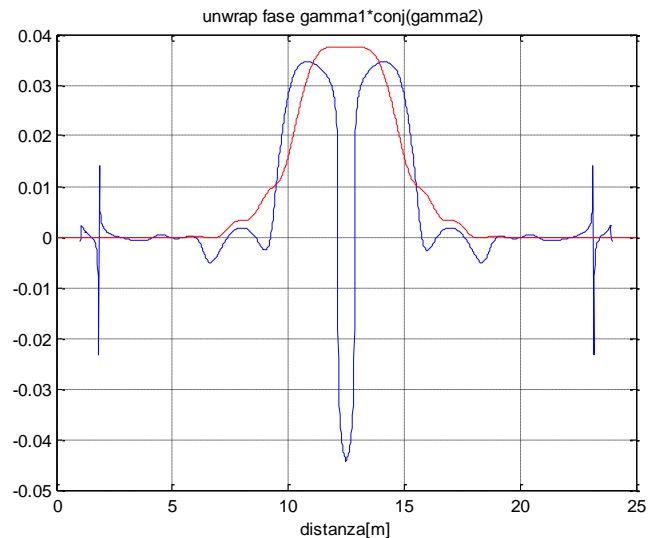


Fig. 28: Deformazione ricostruita con srotolamento e normalizzazione nel caso di taglio 9

E' da notare che lo studio preliminare, dell'indice di taglio dei valori singolari, è fondamentale nel momento stesso in cui non si conosce l'entità della deformazione e non si può fare un confronto con i dati esatti. Una volta stabilita la geometria di indagine (caratteristiche dello scenario e distanza antenna-scenario), infatti, la SVD dell'operatore di mapping non cambia, in quanto la deformazione è nella funzione incognita. L'indice, stabilito in fase di 'controllo' con i dati esatti, verrà utilizzato per i dati sperimentali.

La curva in rosso in Fig. 28 rappresenta la reale deformazione, mentre quella in blu è la sua versione ricostruita. Il picco centrale negativo è dovuto ad un errore di srotolamento.

Tale errore di srotolamento può essere meglio individuato attraverso una piccola scansione in frequenza. Come mostrato in Fig. 29, infatti, considerando due frequenze lievemente differenti, si evidenzia che la parte 'non in comune' alle due ricostruzioni è proprio in corrispondenza dell'errore di srotolamento, affermando che al picco centrale non comporta necessariamente una deformazione del terreno.

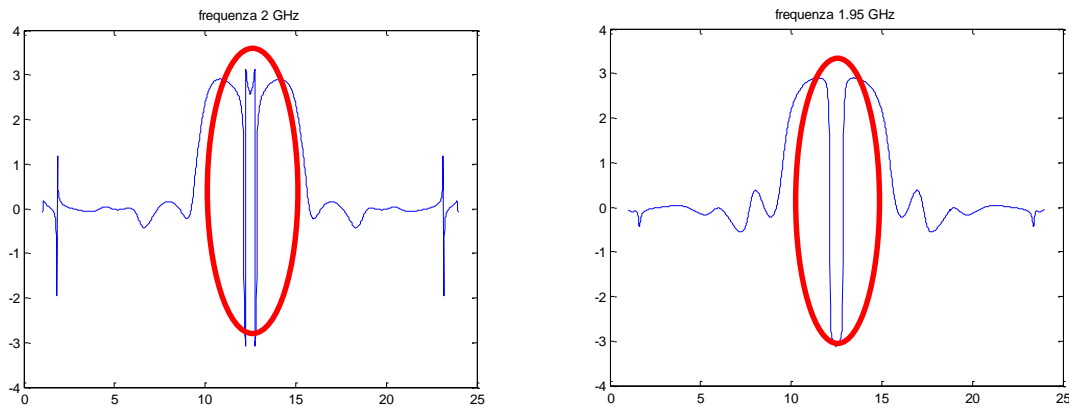


Fig. 29: Confronto tra ricostruzioni a due frequenze differenti

Altro inconveniente della ricostruzione risiede nella presenza dei nulli nel modulo della funzione incognita. Come si osserva in figura 28, infatti, i picchi esterni sono connessi ai nulli del modulo della funzione γ .

Un ultimo passo riguarda, quindi, il miglioramento delle tecniche di imaging. In particolare, un pre-processamento dei dati si rende necessario al fine di evitare la visualizzazione dei 'picchi' riportati negli esempi precedenti. In particolare, si possono avere miglie sfruttando opportunamente la derivata della fase srotolata. Una volta individuate le zone con derivata avente brusche variazioni, queste vengono corrette approssimando le stesse con il valor medio della funzione stessa ai punti precedenti. I risultati, come mostrato in fig. 30, che rappresenta il precedente esempio in cui è stato effettuato il pre-processamento dei dati, risultano soddisfacenti.

Con tale pre-processamento dei dati si può affermare che il processore per il caso di geometria bidimensionale risulta completato e ottimizzato.

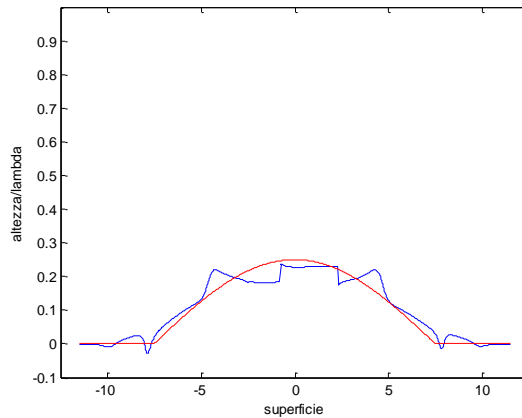


Fig. 30: ricostruzione della deformazione precedentemente illustrata a cui viene applicato il pre-processamento dei dati

3.4.7.1 CONCLUSIONI

Le attività della presente AE si sono basate sul monitoraggio del sottosuolo attraverso la individuazione e sviluppo di tecniche di imaging differenziale attraverso le quali risalire alla presenza di deformazioni rispetto ad uno scenario iniziale.

È da sottolineare che nel corso delle attività è stato sviluppato un vero e proprio processore dei dati radar, che non era in verità inizialmente previsto, validandolo e ottimizzandolo in termini di prestazioni.

Riferimenti bibliografici

- [1]. Ya-Qiu Jin *and* Feng Xu, “Monitoring and Early Warning the Debris Flow and Landslides Using VHF Radar Pulse Echoes From Layering Land Media,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 8, n. 3, pp. 575-579, 2011.
- [2]. Bertero M. and Boccacci P., “*Introduction to Inverse Problems in Imaging*”, 1998, IOP Publishing Bristol
- [3]. G.Di Fazio, M.Frasca, “*Metodi Matematici per l’Ingegneria*”, Monduzzi Editore
- [4]. G. Franceschetti, “*Electromagnetics*”, Plenum, New York, 1997
- [5]. B. J. Hoenders, H. A. Ferwerda, “*Identification of Radiative and non Radiative Parts of a Wave Field*”, *Physical Review Letters*, 2001
- [6]. E. Hille, J.D.Tamarkin, “*On characteristic values of linear integral equations*”, *Pinas*, vol14 n 12, pp. 911-914, December 1928
- [7]. O. M. Bucci, Isernia T., “*Electromagnetic Inverse Scattering: Retrievable Information and Measurement Strategies*”, "Radio science", n. 32, N.6, 1997, pp. 2123-2138]
- [8]. Massonnet, D. & Feigl, K. “*Radar interferometry and its application to changes in the Earth's surface*”.*Rev. Geophys.* 36, 441±500 (1998).
- [9]. G. Franceschetti, R. Lanari: “*Synthetic Aperture Radar Processing*”, CRC Press, 1999
- [10]. B. Crippa, M. Crosetto, E. Biescas, C. Paleari, “*Interferometria SAR Differenziale per il Rilevamento di Deformazioni* “, 9^a Conferenza Nazionale ASITA Federazione italiana delle Associazioni Scientifiche per le Informazioni Territoriali e Ambientali 15-18 novembre 2005, Catania
- [11]. M. Costantini, “*A novel phase unwrapping method based on network programming*”, *Geoscience and Remote Sensing*, *IEEE transactions on*, vol.36, pp. 813-821, May 1998

Determinazione delle massime prestazioni ottenibili

3.4.8.A INTRODUZIONE

Nell'ambito della presente Attività Elementare è stato condotto uno studio della compatibilità tra dati sperimentali e dati simulati attraverso una collaborazione con il gruppo di ricerca appartenente all'OR 3.3. Il fine ultimo di questa attività elementare è stato quello di verificare ulteriormente la validità del processore e, inoltre, di determinare quali possano essere le massime prestazioni ottenibili nella messa in pratica delle tecniche di analisi e sintesi dei segnali radar elaborate in questo progetto.

3.4.8.B COME OTTENERE MASSIME PRESTAZIONI DAL SENSORE RADAR

La compatibilità tra dati sperimentali e dati simulati ha richiesto un ampio sforzo, legato soprattutto alle profonde differenze che esistono tra i due approcci in ambito di simulazione numerica e simulazione sperimentale. Queste differenze sono legate sostanzialmente a due modi diversi o due punti diversi da cui osservare lo stesso scenario.

La simulazione sperimentale, infatti, si sviluppa nel dominio temporale, ovvero i segnali inviati e/o ricevuti dipendono dall'istante di tempo. La simulazione numerica è, invece, condotta nel dominio della frequenza (anche detto fasoriale o dei fasori) e prescinde dalla variabile temporale. Questa scelta è dovuta alla possibilità di ottenere, in tal caso, una migliore risoluzione spaziale. La necessità di lavorare con grandezze fasoriali, e, quindi, nel dominio fasoriale, risiede anche nelle particolari proprietà di queste. Infatti, i fasori sono utilizzati quale comoda rappresentazione, nel campo dei numeri complessi, di grandezze fisiche reali oscillanti come, in particolare, le grandezze elettromagnetiche di campo elettrico e di campo magnetico. Il fasore è un numero complesso, il cui modulo coincide con l'ampiezza di oscillazione della grandezza fisica reale, e la cui fase coincide con la fase di oscillazione di quest'ultima. In più, ogni operazione di derivazioni o

integrazione si trasforma nel dominio fasoriale in una semplice operazione algebrica. Detto ciò, è necessario sottolineare, quindi, che le stesse grandezze (simulate e misurate) sono rappresentate in due domini diversi. Per risolvere questa incompatibilità è risultato necessario effettuare una antitrasformazione dal dominio temporale al dominio fasoriale.

Un altro motivo di incompatibilità era legato dalla natura diversa dei segnali di input al processore rispetto a quelli in input allo strumento utilizzato durante gli esperimenti. Infatti, quest'ultimo riceve come segnale di ingresso un segnale nel dominio del tempo, che, dopo successive elaborazioni (come, giusto ad esempio, la modulazione, l'amplificazione e il filtraggio), costituirà il segnale di alimentazione dell'antenna. Tale segnale, attraverso l'antenna stessa, andrà a sua volta a generare un certo campo elettromagnetico. Tale campo elettromagnetico irradiato dall'antenna è quello considerato incidente sulla superficie di indagine nel processore. Nella successiva fase di inversione, il segnale ricevuto dall'antenna è quello individuato nel processore come campo elettromagnetico scatterato dalla superficie. Il segnale passerà poi dall'antenna allo strumento a disposizione da parte del gruppo appartenente all'OR 3.3. Questo segnale elettrico è assimilabile alla tensione a vuoto dell'antenna e sarà elaborato per costituire il segnale utile per il recupero dell'informazione relativa all'eventuale deformazione superficiale presente. Giusto per chiarificazione, si definisce tensione a vuoto di un'antenna quella tensione generata ai suoi morsetti nel momento in cui la stessa antenna è investita da un certo campo elettromagnetico che si propaga nello spazio. Questa tensione a vuoto è direttamente proporzionale al campo che incide sull'antenna, ma dipende anche dalle caratteristiche in ricezione dell'antenna (per esempio la tipologia di antenna e la sua orientazione rispetto al campo elettromagnetico incidente).

In altre parole, riassumendo, dal lato delle simulazioni numeriche, il processore è stato sviluppato in termini di 'campo elettromagnetico' nel dominio fasoriale, ovvero i segnali di ingresso rappresentano il campo elettromagnetico scatterato dalla superficie e raccolto dall'antenna indipendentemente dalla variabile temporale. Dal lato dello strumento fisico, il segnale ricevuto è espresso in termini di tensione ed è dipendente dalla variabile temporale. Per far 'comunicare' le due cose si aveva, quindi, oltre la trasformazione dal dominio temporale a quello fasoriale, la necessità di poter superare queste altre difficoltà. Questo è avvenuto attraverso una modellizzazione dell'intero 'blocco' a monte dell'antenna (modulatore, amplificatore, etc ...) oltre che da una esplicita modifica del processore in modo da ottenere una gestione dell'inversione in termini di tensione a vuoto dell'antenna invece che in termini di campo elettromagnetico scatterato (si veda l'Attività Elementare 3.4.4 per maggiori dettagli).

Tali passaggi, utili ad utilizzare i dati sperimentali come dati in ingresso al processore numerico, sono stati automatizzati attraverso un opportuno script in Matlab®.

3.4.8.C CONCLUSIONI

Nell'ambito della presente Attività Elementare è stato condotto uno studio della compatibilità tra dati sperimentali e dati simulati. Durante la collaborazione con il gruppo di ricerca dell'OR 3.3, sono stati evidenziati i punti chiave da gestire in modo da 'adeguare' il processore sviluppato al segnale. Tali incompatibilità sono state rimosse in modo da poter utilizzare il processore sviluppato e ottenere le massime prestazioni dal sensore radar.

ATTIVITÀ ELEMENTARE 3.4.9

Analisi delle effettive prestazioni

3.4.9.A INTRODUZIONE

Durante la presente AE è stato effettuato uno studio sulle effettive prestazioni ottenibili sia in termini di risoluzione nella ricostruzione delle deformazioni che in termini di costo computazionale. I dati presi in considerazione sono dati simulati ottenuti dal simulatore numerico precedentemente descritto sia per il caso di superfici con geometrie bidimensionali sia per il caso di geometrie tridimensionali.

La casistica scelta considera la variazione di alcuni dati in ingresso, quali la distanza d'osservazione, l'altezza della deformazione e la presenza o meno di rumore sui dati.

3.4.9.B STUDIO DELLE EFFETTIVE PRESTAZIONI

Nella presente AE sono state svolte attività tali da definire le effettive prestazioni sia del simulatore numerico sia del processore. Le osservazioni sono state focalizzate sia in termini di costo computazionale che in termini di prestazioni in termini di ricostruzione delle deformazioni.

In particolare, sono state prese in analisi differenti configurazioni di scenari sia in geometrie bidimensionali che in geometrie tridimensionali. I parametri che sono stati variati sono:

- la tipologia di terreno da investigare (argilloso, fangoso, ecc.),
- la distanza di osservazione dello scenario,
- la tipologia e/o forma della deformazione (sopra e/o sotto-elongazione),
- la dimensione della deformazione,
- il numero di deformazioni presenti,
- il numero di punti di campionamento.

Dalle prove numeriche risulta che né il simulatore né il processore soffrono di errori di approssimazione numerica, in quanto le cifre considerate tengono conto di un'accuratezza fino alla decima cifra decimale.

Le dimensioni su disco dell'intera cartella di lavoro è pari a circa 60 KB, mentre i dati salvati all'interno della stessa cartella durante l'esecuzione dei file hanno la dimensione di circa 1.08 MB per il caso di geometrie bidimensionali e 1.51 MB per quelle tridimensionali.

I tempi di esecuzione sono stati calcolati attraverso la routine Matlab® *'tic-toc'* che permette il calcolo delle performance in termini di tempo trascorso.

Dalle prove effettuate, risulta che per il caso di geometrie bidimensionali sia la simulazione che il processamento dei dati sono processi immediati (il tempo di esecuzione è minore di tre minuti), mentre le tempistiche risultano molto differenti per superfici con geometrie tridimensionali. Data la difficoltà del problema e la presenza di molte variabili in gioco (vedi AE 3.4.10 per maggiori dettagli), il processo di simulazione rimane in tempi minori di circa tre minuti, ma quello del processamento si attua in circa 23 ore. È da sottolineare però che lo studio effettuato per geometrie tridimensionali è stato fatto al fine di compiere un'analisi accurata di tutti i fenomeni in gioco. La geometria considerata ai fini del progetto è, infatti, una geometria bidimensionale dove l'esecuzione del processamento dei dati ha una tempistica accettabile.

Tuttavia, è da sottolineare che tali tempi di esecuzione, così come le dimensioni dei file salvati, dipendono fortemente dal numero di campioni scelti per la discretizzazione del problema. In particolare, i tempi e le dimensioni dei

dati sono direttamente proporzionali al numero di campioni scelti. Le prove numeriche della presente AE sono state effettuate con il numero minimo di campioni necessari ad una giusta discretizzazione, cioè un campione ogni $\lambda/10$. Aumentare il numero di campioni significa aumentare la risoluzione dei dati ricostruiti, ma comporta un aumento di tempi di esecuzione e di memoria necessaria all'esecuzione.

A parità di numero di campioni, sono state effettuate numerose prove numeriche al fine di analizzare anche le effettive prestazioni in termini di ricostruzione delle deformazioni.

Si è notato che la ricostruzione non varia al variare della tipologia di terreno considerata, al variare della tipologia e/o forma della deformazione, al variare della distanza del punto di osservazione allo scenario da investigare (pur di rispettare i vincoli descritti nella AE 3.4.6) e al variare del numero di deformazioni presenti all'interno di una cella. La ricostruzione diventa però più difficile in termini di calcolo dell'entità della deformazione quando la stessa deformazione supera un'altezza pari a $\lambda/4$ o è presente un rumore sui dati tale che il rapporto segnale/rumore risulta al di sotto di 15 dB. Tale difficoltà è legata ai problemi di unwrapping (vedi AE 3.4.7 per maggiori dettagli). Tuttavia, è da sottolineare che, anche se vi è maggiore difficoltà nel definire in termini quantitativi la deformazione, il processamento dei dati, basato su una analisi sulle fasi della funzione incognita (vedi AE 3.4.7 per maggiori dettagli), permette comunque l'individuazione della deformazione.

3.4.9.C CONCLUSIONI

Lo studio sulle effettive prestazioni ottenibili sia in termini di risoluzione nella ricostruzione delle deformazioni che in termini di costo computazionale ha portato all'esecuzione di diverse prove numeriche cambiando alcuni dati di input.

Le prove effettuate portano alla conclusione che un processamento dei dati effettuato secondo le direttive descritte nelle precedenti AE permette l'individuazione di una eventuale deformazione superficiale indipendentemente dalla natura della stessa.

Il simulatore e il processore sviluppati, inoltre, risultano accurati e ottimizzati.

Sviluppo di modelli approssimati per la soluzione del problema diretto e studio dei modelli esistenti per la soluzione del problema inverso nel caso 3D

3.4.10.A INTRODUZIONE

Anche per il caso di geometria tridimensionale è stato realizzato un simulatore e un processore numerico. Tale attività, non precedentemente programmata e per questo motivo introdotta in corso d'opera 'a costo zero', è stata realizzata ai fini di condurre uno studio completo e accurato anche per il caso di geometrie tridimensionali.

Il simulatore, così come il processore, comporta ovviamente difficoltà implementative aggiuntive dovute all'elevato numero di variabili in gioco da dover gestire. Tuttavia entrambi risultano realizzati e validati. Di seguito verranno illustrati alcuni esempi che validano le tecniche di imaging usate per il caso di geometria bidimensionale anche per il caso tridimensionale.

3.4.10.B IL SIMULATORE NUMERICO

La realizzazione del simulatore numerico per il caso tridimensionale, si basa sull'analisi analitica descritta nell'AE 3.4.4. La validazione di tale simulatore è stata effettuata attraverso l'uso di due oracoli differenti.

Il primo si basa sul confronto tra i risultati ottenuti attraverso il simulatore bidimensionale e quello tridimensionale. Si è cercato, infatti, un confronto tra il campo scatterato calcolato con il 'simulatore bidimensionale' e quello calcolato con il 'simulatore tridimensionale', riducendo le variabili in ingresso al tridimensionale al caso bidimensionale, utilizzando una opportuna polarizzazione per il campo incidente. In particolare, in figura 1 si ha il confronto tra campo scatterato dalla superficie di riferimento calcolato attraverso il simulatore bidimensionale e il campo scatterato calcolato attraverso il simulatore tridimensionale.

I risultati coincidono nella zona centrale, mentre, come atteso, sono

leggermente diversi agli estremi, circostanza imputabile al fatto che in 3D la funzione di Green ha un decadimento più rapido con la distanza.

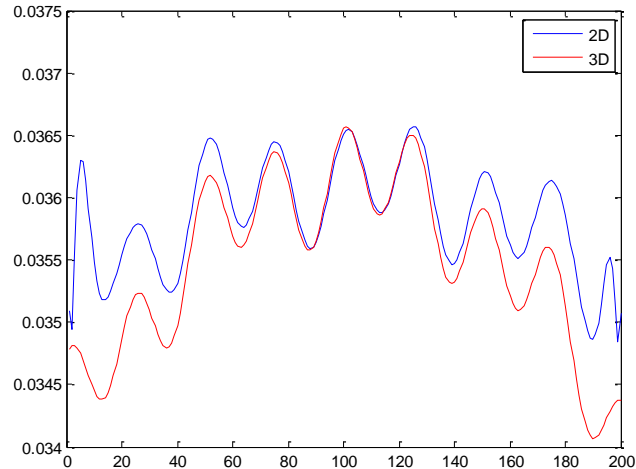


Fig. 1: Confronto tra il campo scatterato dalla superficie di riferimento calcolato con il simulatore bidimensionale (linea blu) e il simulatore tridimensionale (linea rossa)

Il secondo metodo di validazione del simulatore si basa su risultati attesi. Ponendosi, infatti, in casi 'noti' in letteratura si riesce a prevedere i dati in uscita dal simulatore. In particolare, una prima prova è stata effettuata inviando il campo su una superficie liscia. In tal caso il contributo atteso è dovuto solo dal punto/dai punti speculari alla trasmissione (per i fenomeni dettagliatamente descritti nelle precedenti AE). I risultati attesi sono stati ottenuti, come illustrato in figura 2. Si può, infatti, notare che i contributi maggiori, quelli rappresentati dal colore rosso, sono dati dai punti speculari alla trasmissione. Una seconda prova è stata effettuata inserendo una deformazione in corrispondenza dei punti speculari e osservando la rispettiva variazione di campo diffuso. Tale variazione di campo risulta anche quantitativamente pari a quella attesa ed è rappresentata in figura 3. Un terzo e ultimo esempio è stato effettuato considerando l'inserimento di un tubo che si sviluppa lungo un asse di riferimento. In questo scenario vengono 'tagliati' alcuni punti speculari sui bordi, provocando, così, la sensazione di allungamento sull'asse del tubo come illustrato in figura 4.

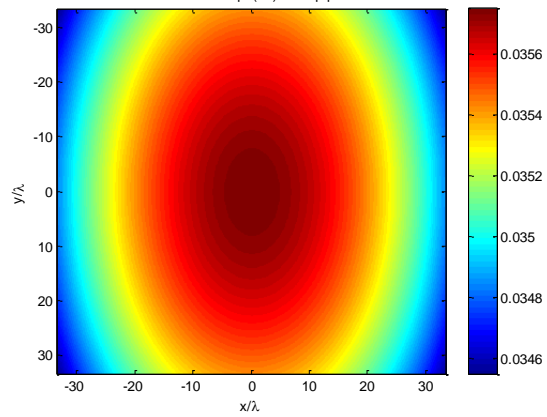
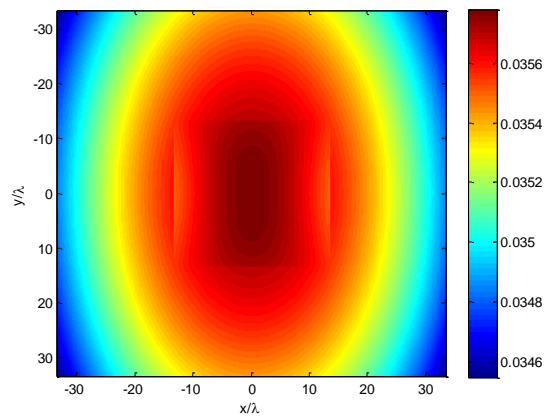


Fig. 2: modulo del campo totale da una superficie piatta



*Fig. 3: modulo del campo totale da una superficie piatta con deformazione al centro
(in corrispondenza dei punti speculari alla trasmissione)*

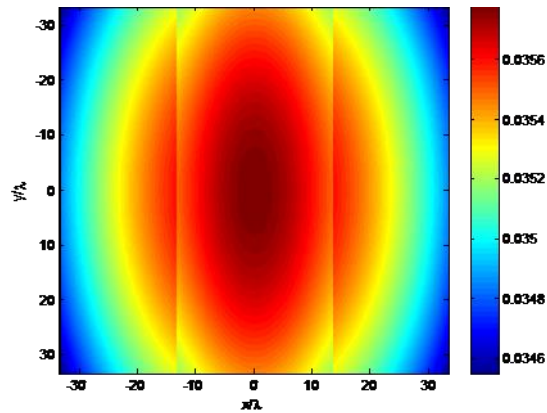


Fig. 4: modulo del campo totale da una superficie piatta con deformazione rappresentante un tubo lungo l'asse y .

Altre prove di validazione del codice nel caso tridimensionale sono state effettuate sia in termini di campo punto punto sulla superficie (precedentemente discusso) che in termini di fattore di array (rappresentato in figura 5 in cui i puntini blu rappresentano il luogo dei punti di nullo del fattore di array calcolati analiticamente) che in termini di tensione a vuoto ricevuta (rappresentata in figura 6 in modulo e fase rispettivamente). Tutte le prove affermano la validazione e l'ottimizzazione del codice. È da sottolineare, infine, che, dalle esperienze maturate per il caso bidimensionale, il codice tridimensionale è dotato della rugosità del terreno, in modo da rendere lo stesso codice accurato.

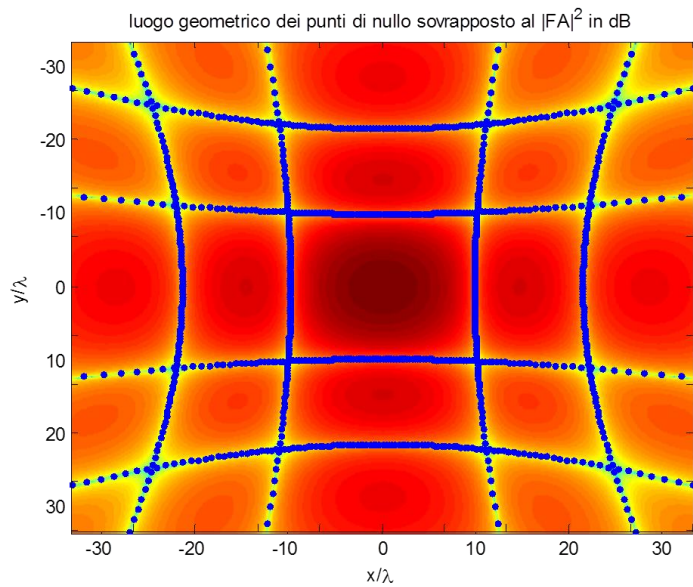


Fig. 5: modulo quadro del fattore di array rappresentato in dB.

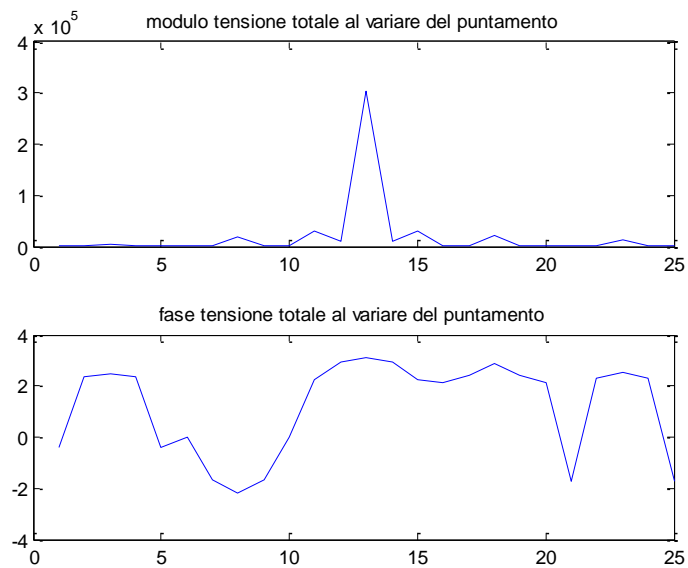


Fig. 6: modulo e fase della tensione a vuoto al variare del puntamento.

Il simulatore è dotato, inoltre, di un meccanismo che permette di calcolare il campo scatterato tenendo conto dei fenomeni polarimetrici. Si ricorda che la polarimetria permette quattro diversi canali di polarizzazione. Definendo con H l'orientazione orizzontale e con V quella verticale, si possono ottenere configurazioni HH , VV , in cui la trasmittente e il ricevente sono posizionati con orientazione parallela, e HV , VH in cui l'orientazione della trasmittente e del ricevente è ortogonale. Per validare tale parte del simulatore numerico, sono state considerate due configurazioni di superficie in geometria tridimensionale. In particolare, un primo esempio è stato sviluppato considerando una superficie simmetrica, rappresentata in figura 7, mentre un secondo esempio è stato sviluppato considerando una superficie non simmetrica, rappresentata in figura 12.

Una prima conferma del buon funzionamento del simulatore si ha nel calcolo della tensione a vuoto per configurazioni HV e VH . Quest'ultime devono restituire lo stesso risultato per qualsiasi geometria considerata. Questa affermazione è confermata come illustrato nelle figure 10-11 per superficie simmetrica e 15-16 per superficie asimmetrica.

Inoltre, com'è possibile intuire, per una superficie simmetrica i canali HH e VV devono restituire gli stessi risultati 'ruotati' di 90° . Mentre non si ha più corrispondenza per superfici asimmetriche. Come illustrato nelle figure 8-9 per superfici simmetriche e 13-14 per quelle asimmetriche, anche in questi casi il simulatore restituisce quando atteso.

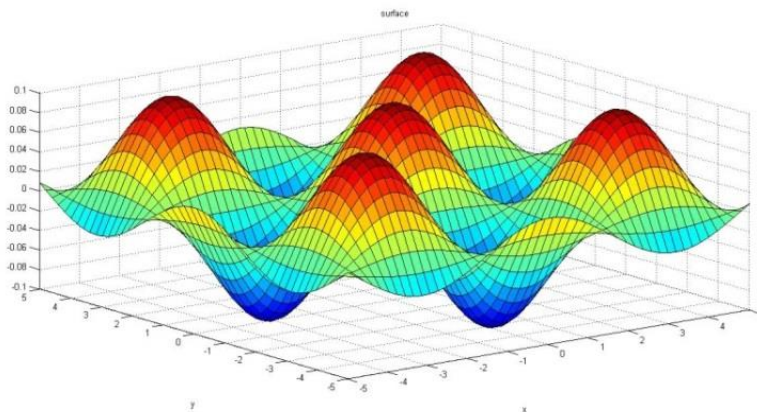


Fig. 7: Esempio di superficie simmetrica in geometria tridimensionale

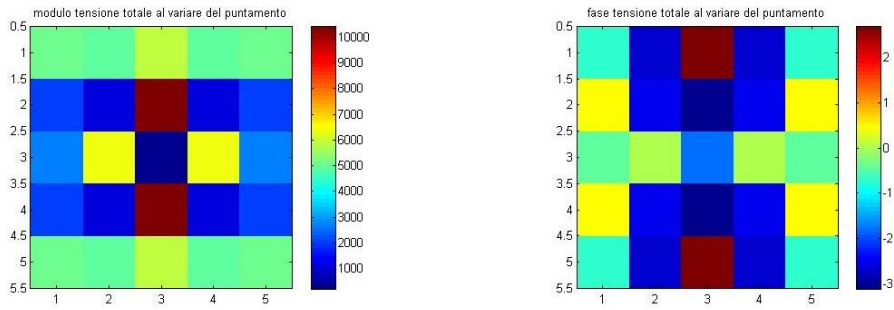


Fig. 8: Modulo e fase della tensione in configurazione HH.

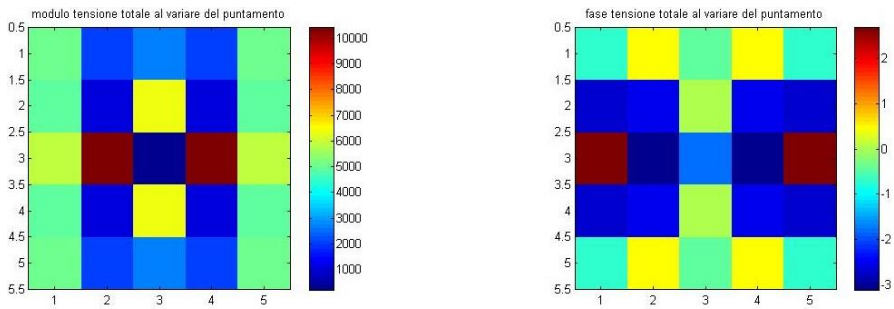


Fig. 9: Modulo e fase della tensione in configurazione VV.

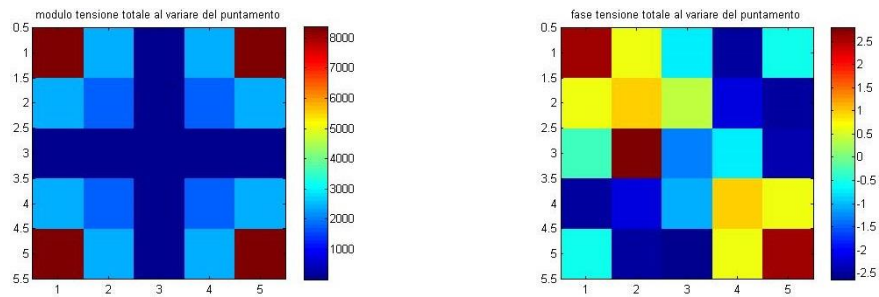


Fig. 10: Modulo e fase della tensione in configurazione HV.

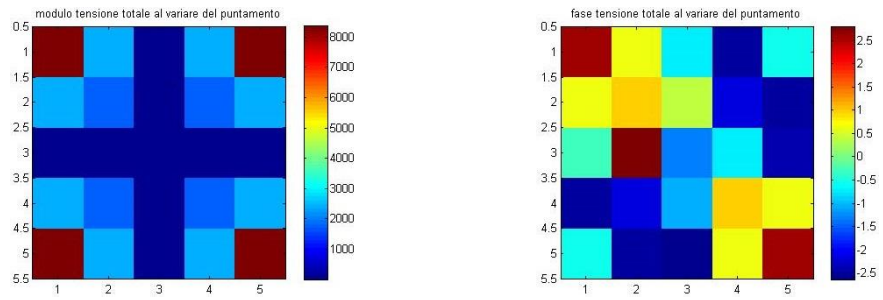


Fig. 11: Modulo e fase della tensione in configurazione VH.

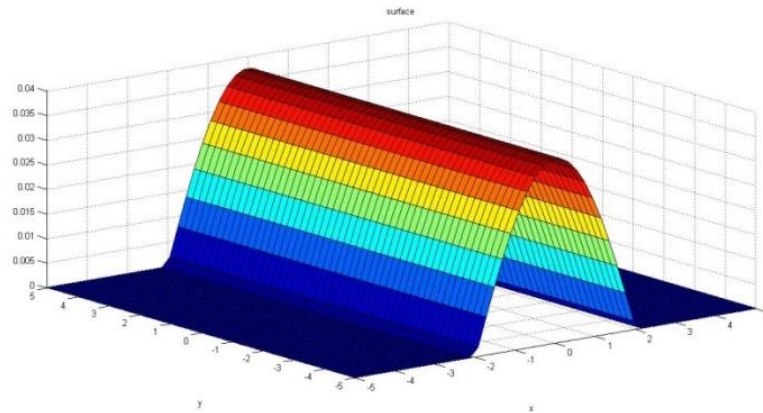


Fig. 12: Esempio di superficie asimmetrica in geometria tridimensionale

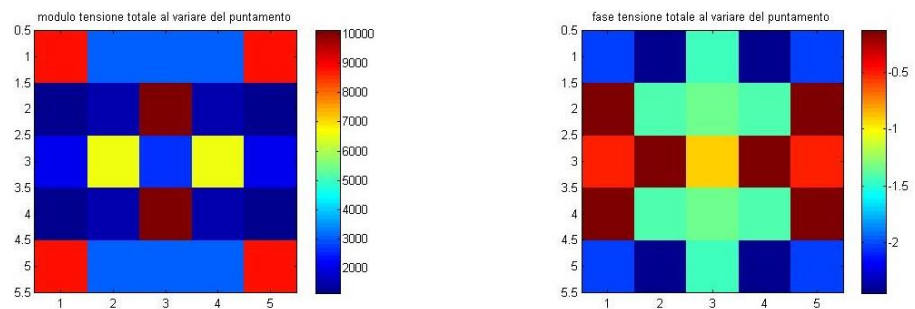


Fig. 13: Modulo e fase della tensione in configurazione HH.

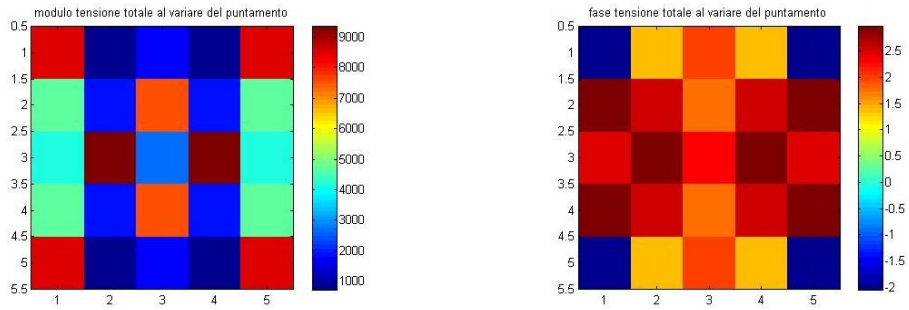


Fig. 14: Modulo e fase della tensione in configurazione VV.

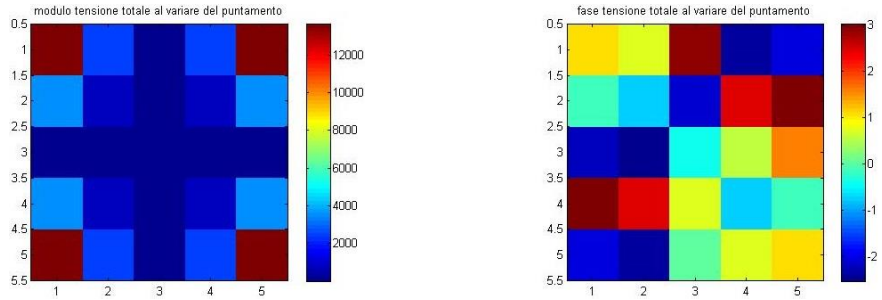


Fig. 15: Modulo e fase della tensione in configurazione HV.

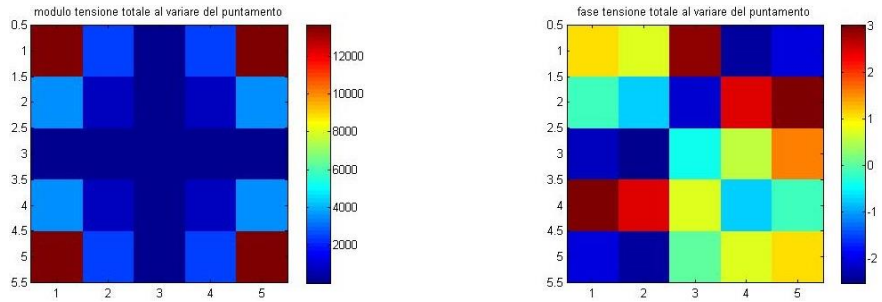


Fig. 16: Modulo e fase della tensione in configurazione VH.

3.4.10.C IL PROCESSORE NUMERICO

Ulteriore attività effettuata durante lo svolgimento della presente AE riguarda lo studio e lo sviluppo di un processore per il caso di geometrie tridimensionali. Come specificato precedentemente, il passaggio dal caso bidimensionale a quello tridimensionale è tutt'altro che banale. Sotto l'aspetto computazionale poi, visto l'inevitabile passaggio da matrici bidimensionali a matrici tridimensionali, il processore si presenta più costoso. A tal proposito, è stato effettuato uno studio su alcune strade alternative alla SVD per l'estrazione delle informazioni. In particolare è stata scelta quella che viene chiamata 'regolarizzazione di Tikhonov' [1]. La regolarizzazione di Tikhonov è meno onerosa di una SVD troncata, in quanto tende a non usare moltiplicazioni tra matrici, ma cerca di minimizzare il seguente funzionale:

$$\min\{\|E_S - g\gamma\|^2 + \mu\|\gamma\|^2\}$$

dove:

ES = campo elettromagnetico scatterato dalla superficie

g = funzione dipendente dal contesto

γ = funzione dipendente dalla deformazione

μ = parametro di regolarizzazione di Tikhonov

A tal proposito è stato implementato un codice numerico che rappresentasse la regolarizzazione di Tikhonov. Tale codice, dopo essere stato implementato, doveva anch'esso essere validato. Per effettuare tale validazione è stato confrontato, per il caso bidimensionale dove era meno costoso effettuare una SVD, una prova di ricostruzione della funzione γ . Essendo, infatti, sia la SVD che Tikhonov due metodi di regolarizzazione equivalenti, devono necessariamente restituire lo stesso risultato. Come si può notare dalla figura 17 il calcolo della funzione γ risulta, infatti, equivalente.

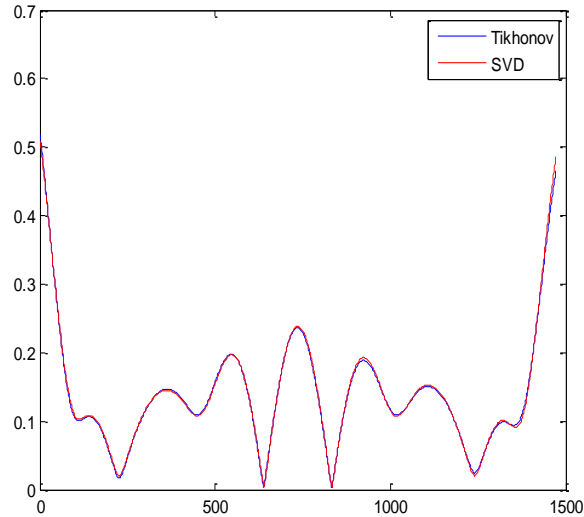


Fig. 17: Confronto codici numerici per il calcolo della SVD e Tikhonov

Questo risultato permette di affermare che il codice implementato per la regolarizzazione di Tikhonov è affidabile. Tale codice è, quindi, utilizzato per l'inversione dei dati nel caso tridimensionale. A tal proposito sono state effettuate diverse prove di inversione sfruttando la polarimetria. Di seguito riportiamo solo quella più significativa.

Considerando la deformazione rappresentata in figura 18 si ottiene, applicando le tecniche di imaging differenziale illustrate per il caso di geometrie bidimensionali, ma applicando la regolarizzazione di Tikhonov, una ricostruzione illustrata in figura 19. Come si può facilmente notare, la ricostruzione della deformazione non sembra restituire una informazione affidabile. Tale problema è dovuto, come nel caso 2D, alla presenza di nulli sul modulo della funzione incognita. Si è proceduto, quindi, a realizzare anche per il caso 3D un pre-processamento dei dati in modo da eliminare tale 'inconveniente'. Tale pre-processamento è del tutto analogo a quello sviluppato per il caso bidimensionale opportunamente adattato al caso tridimensionale. Come illustrato in figura 20, attraverso tale pre-processamento dei dati, si riesce ad individuare la deformazione superficiale anche per il caso di geometrie tridimensionali.

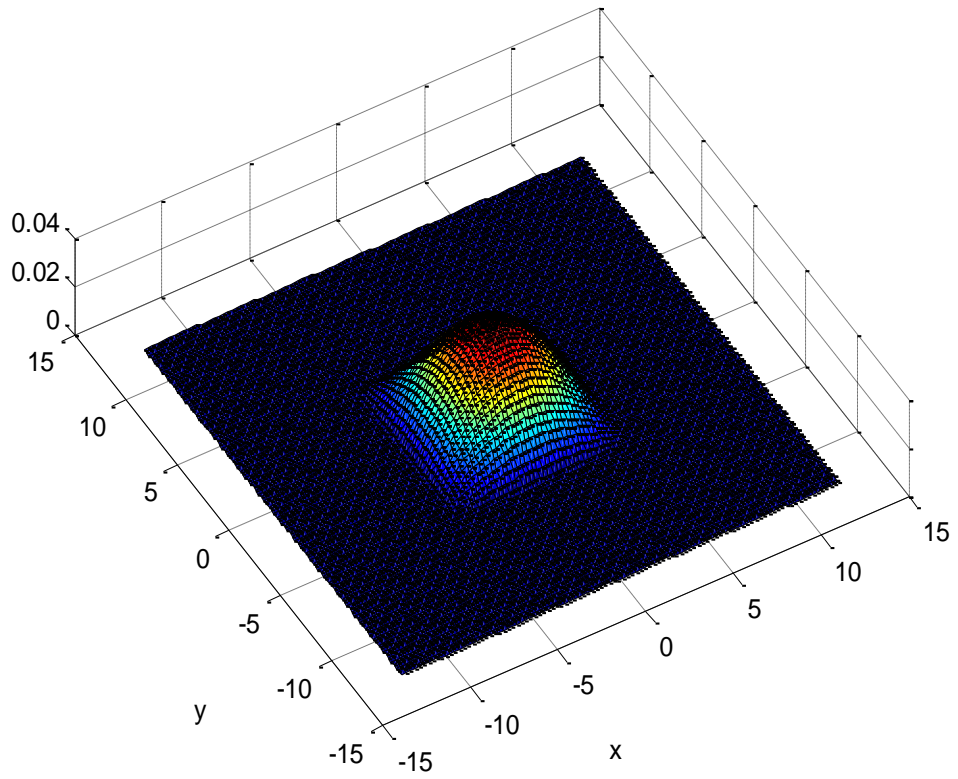


Fig. 18: Esempio di deformazione in geometria tridimensionale

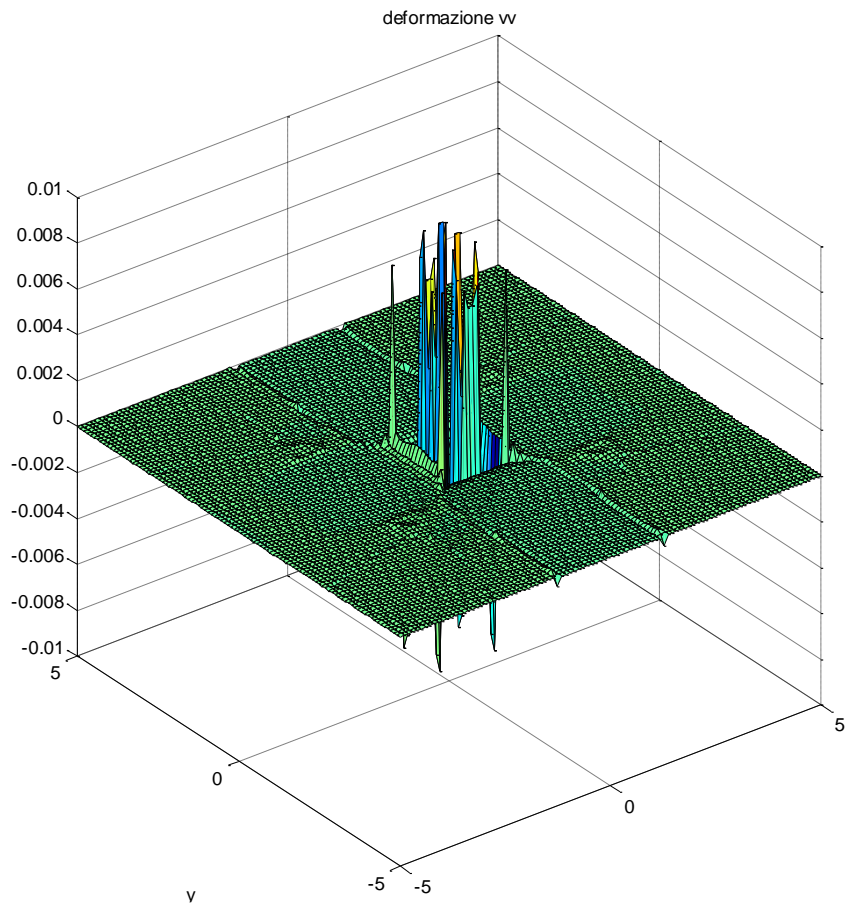


Fig. 19: Ricostruzione della deformazione di fig. 18 senza pre-processamento dei dati.

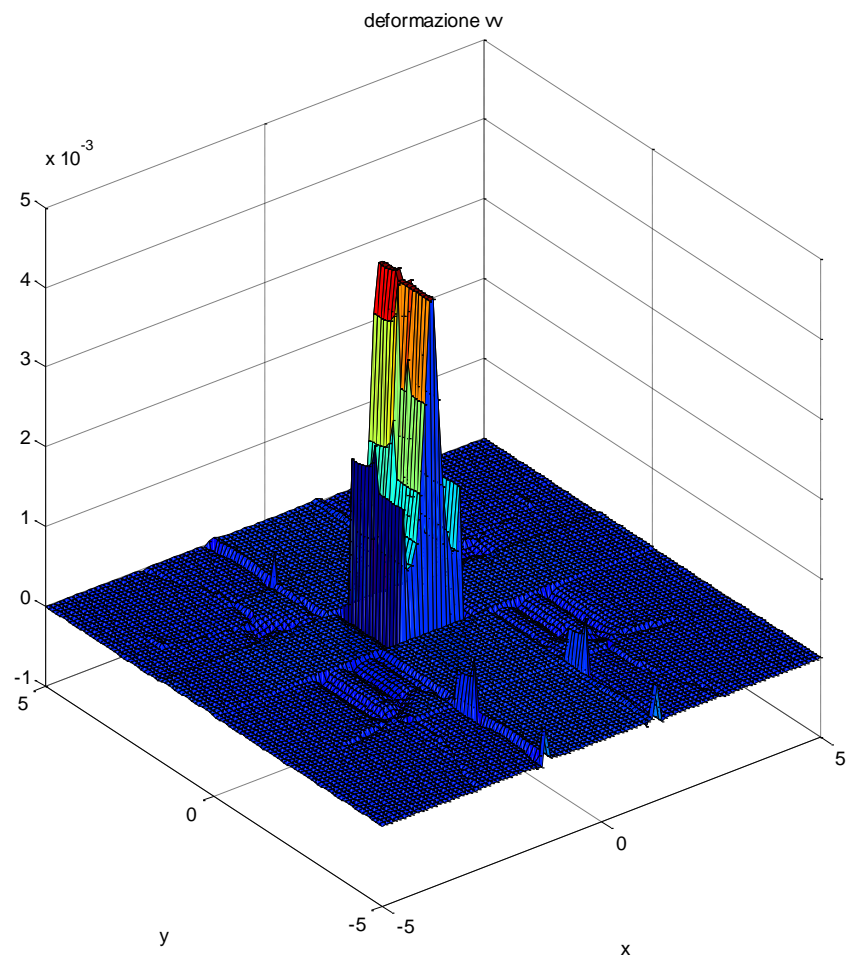


Fig. 20: Ricostruzione della deformazione di fig. 18 con pre-processamento dei dati.

3.4.10.D CONCLUSIONI

Nella presente AE è stato realizzato un simulatore e un processore numerico per il caso di superfici con geometria tridimensionale. Tale attività non è stata precedentemente programmata, e per questo motivo introdotta in corso d'opera 'a costo zero'. Ma è stata comunque realizzata ai fini di condurre uno studio completo e accurato anche per il caso di geometrie tridimensionali.

Il fine ultimo era dimostrare che le tecniche di imaging sviluppate per il caso di superfici bidimensionali sono valide anche per superfici con geometria tridimensionale.

Il simulatore, così come il processore risultano realizzati e validati.

Riferimenti bibliografici

- [1]. Bertero M. and Boccacci P., "Introduction to Inverse Problems in Imaging", 1998, IOP Publishing Bristol

